DE GALILEE A EINSTEIN OU POURQUOI E = mc²

Michel Grand novembre 2012

« Tout est relatif ». Cette vulgate, probablement la plus connue qui soit, est depuis plusieurs décennies et de par le monde servi à toutes les sauces (*surtout commerciales*) ; donnant même à certains petits malins l'opportunité d'écouler des milliers de tee-shirts.

Et c'est dans le même temps probablement la plus mal connue quant à son contenu.

Aussi, j'ai pensé, plagiant le titre d'un très bon ouvrage rédigé par deux professeurs de l'université de Manchester, écrire sous ce titre un petit mémoire permettant de cheminer progressivement vers une modeste approche de cette formule dont les conséquences sont pour le moins phénoménales.

En ce qui concerne la partie « Relativité restreinte », le lecteur avisé, voudra bien me pardonner de ne pas avoir choisi le cheminement classique de la transformation de Lorentz, mais une voie moins académique et peut-être un peu approximative.

Ce que je souhaite faire passer ne sera jamais qu'un résumé de ce que j'aurais pu retirer de cette recherche personnelle.

Cette démarche comporte plusieurs étapes qui sont incontournables si on veut avoir une chance d'aller au bout.

Etape n° 1
L'espace absolu
- Principe de relativité de Galilée
- Abandon du concept de mouvement et d'espace absolu

Etape n° 2
La vitesse de la lumière
- Faraday et l'électromagnétisme
- Les équations de Maxwell
- Vitesse des ondes électromagnétiques - vitesse de la lumière

Etape n°3
Relativité restreinte
- La vitesse de la lumière constante universelle
- Expérience de pensée de l'automobile de Poincaré / Abandon du concept de temps absolu
- Facteur de dilatation du temps γ
- L'expérience du National laboratory de Brookhaven

Etape n°4
L'espace-temps
- Le concept de Minkowski
- Invariance, causalité et distance
- Espace hyperbolique ou espace-temps de Minkowski
- Le paradoxe des jumeaux de Paul Langevin

Etape n°5
Pourquoi E=MC²
- Le vecteur « quantité de mouvement »
- Le vecteur quantité de mouvement dans l'espace-temps
- Conversion de la masse en énergie
- De ½ de mv² à mc² (De Newton/Leibniz à Einstein)
- La masse n'est plus la quantité de matière d'un corps

Note : Voir support illustré de démonstration : fichier « PowerPoint : Pourquoi E = MC² »

Etape N°1 L'espace absolu

Le « bon sens » en science :

Comme le disent Brian Cox et Jeff Forshaw de l'Université de Manchester, « …La science consiste surtout à éliminer nos préjugés pour nous permettre d'observer le monde le plus objectivement possible……Il est malaisé d'apprendre à se méfier du bon sens. Pourtant, en nous amenant à accepter la nature telle qu'elle est, et non telle que nos idées préconçues nous la présentent, la méthode scientifique nous a ouvert l'accès à toutes les technologies modernes. »

Pour mener à bien nos « investigations », il va falloir chasser notre ennemi n°1 : notre ressenti naturel, celui qui nous permet pourtant d'évoluer dans notre espace même si celui-ci finalement, se révèle tout à fait particulier.
Imaginons par exemple, un Robinson, assis sur une plage de son île déserte, privé depuis sa naissance de toute connaissance.
Comment celui-ci pourrait-il considérer le mouvement du Soleil et de la Lune tels qu'ils sont en réalité, alors qu'il les voit sans avoir à se poser la question tournant d'Est en Ouest d'un mouvement identique autour de la Terre.
Rappelons-nous que la conception aristotélicienne d'une Terre immobile, au centre de l'Univers, entourée de sphères concentriques en rotation, n'a jamais été sérieusement contestée durant près de 2000 ans ; et qu'il a fallu attendre le milieu du XVI ° siècle, pour que Nicolas Copernic décrive le système solaire tel qu'il est en vérité.

Quant à notre Robinson, comment pourrait-il douter de sa propre immobilité ?
Comment pourrait-il imaginer, lui, qui ne bouge pas, contemplant la mer, qu'il « tourne » avec la Terre à près de 1675 km/h pour revenir au bout de 24 heures à son apparent point de départ.
Que la Terre, manifestement immobile, tourne autour du Soleil à plus de 108.000 km/heure.
Que lui Robinson, la Terre, la Lune, le reste des planètes et le Soleil lui-même se déplacent ensemble autour de notre galaxie - la Voie Lactée - à près de 900.000 km/heure à 250 millions de milliards de kilomètres du centre.
Et enfin, pour faire bon poids, que notre Voie Lactée fuie comme toutes les galaxies qui s'écartent les unes des autres à des vitesses vertigineuses en constante augmentation

Le bon sens n'est pas l'ami de la science, bien au contraire. Il constitue même un handicap très difficile à combattre quand il s'agit, par exemple, d'étudier le monde subatomique où rien ne correspond au sens commun. Les concepts de la physique quantique sont complètement irrecevables pour notre logique naturelle. Alors que notre monde moderne ne saurait désormais se passer des étranges lois de cette fabuleuse théorie.

Notons au passage, qu'en fait la théorie de la relativité générale montre qu'au lieu de dire que la terre tourne autour du soleil nous devrions utiliser l'étrange affirmation, <u>qu'elle tombe en ligne droite</u> autour du soleil.
Mai cela c'est une histoire que nous pourrons voir ensemble dans un autre mémoire.

La relativité selon Galilée :

En parlant avec un collègue de la future assemblée générale de votre association, si nous disons qu'elle se tiendra « au même endroit » que l'année passée. Qu'est-ce que cela signifie ?
En reprenant la démonstration évoquée plus haut, « où » nous retrouverons-nous dans l'univers ce jour là et est-ce que ce « où » à un sens ?

Autre façon de constater le phénomène :
Imaginons que dans un avion, fatigué d'être assis depuis des heures, vous posiez votre livre sur la tablette se trouvant en face de vous, que vous quittiez votre place pour aller parler à un compère se trouvant deux rangées derrière la vôtre et que vous reveniez dix minutes après.
Votre livre n'a pas bougé d'un mm.
Vous, vous avez fait deux mètres en arrière et deux mètres pour revenir.
Vous, et votre livre vous vous retrouvez « au même endroit »

Mais pour un observateur se trouvant au sol, suivant des yeux les traces fumeuses de votre avion, votre « même endroit » s'est déplacé de 150km.
Pour lui, vous êtes donc en mouvement.

Sauf que, vous aussi, vous auriez parfaitement le droit de considérer que vous êtes immobile puisque vous êtes assis, et que l'observateur, comme nous l'avons vu plus haut, est aussi en mouvement

Qui est en mouvement ? Qui est immobile ?

Il n'y a pas de réponse à cette question. C'est ce qu'a mis au jour un certain Galileo Galiléi et qui l'amena à déclarer que *« On ne peut parler que de mouvement relatif d'une chose par rapport à une autre, l'idée donc de mouvement absolu est un concept erroné* »

Tout mouvement doit être doté de ce que les mathématiciens appellent un « référentiel ».
Un mouvement ne peut être que relatif à une référence.
Passager par rapport à l'avion, avion par rapport à la Terre, Terre par rapport au Soleil, etc.…

Le mouvement absolu n'existe pas ; quelle que soit la position dans l'espace.

Abandon de la notion d'espace absolu :

La conséquence est qu'il n'existe aucun moyen de spécifier des positions absolues dans l'espace et donc que la notion d'espace absolu n'a pas de sens.
Autre conséquence : S'il n'y a pas d'espace absolu, alors il n'y a aucune raison pour que deux observateurs se trouvant dans des lieux distincts dans l'Univers se mettent d'accord sur la dimension d'un objet.
Ceci est un des éléments de départ de la théorie d'Einstein.

Et le temps, est-il absolu ?
En fait, cette hypothèse qui nous paraît évidente se révèle être en contradiction directe avec les travaux de Galilée.
On peut ici laisser Galilée à son sort, car aussi surprenant que cela paraisse, la preuve qui détruisit définitivement la notion de temps absolu viendra des « bidouillages » d'un certain Michael Faraday mis en équation par un autre certain James Clerk Maxwell.

Mais cela c'est pour l'étape N° 2.

Petite expérience de pensée (stupide):

Imaginez que vous êtes le patron d'une compagnie aérienne qui a du mal à boucler son budget.
Imaginez que vous assurez un vol direct de Madrid à Pékin (villes qui se trouvent sur le même parallèle).
Imaginez enfin que vous ayez, pour économiser efficacement du kérosène dans le sens Pékin – Madrid, l'idée de génie suivante :

Au lieu de dépenser une énorme quantité de carburant pour pousser un avion à 900 km/heure, vous remplacez votre avion par une montgolfière, placée en position stationnaire à une certaine altitude.

Si le mouvement absolu existe ou dit autrement, si votre montgolfière peut se libérer de sa référence par rapport à la Terre, il vous suffira d'attendre entre 6 et 8 heures et vous atteindrez Madrid en n'ayant consommé que du temps.

Sauf qu'en vol stationnaire au-dessus de Pékin vous « reculeriez » avec la Terre et Madrid serait toujours à la même distance et si la Terre « glisse » sous votre montgolfière, c'est en fait que vous avancez en consommant de l'énergie.

De la même façon, si votre petit manège est observé par un extra-terrestre, il verra lui, que tout bouge de la même façon : Madrid, votre montgolfière et Pékin.

Etape N° 2 La vitesse de la lumière

Faraday et l'électromagnétisme :

Michael Faraday, fils d'un forgeron naît en 1791.C'est un autodidacte qui a quitté l'école à 14 ans pour devenir apprenti relieur.
Passionné de science physique, il devient le collaborateur d'Humphry Davy physicien chimiste de l'époque.
Aujourd'hui encore Faraday est considéré comme l'un des meilleurs expérimentateurs de tous les temps.
Pourtant son laboratoire, qui n'est autre que son établi éclairé par un bec de gaz, est encombré de matériel peu coûteux comme des bobines de fil électrique, aimants, boussoles…

Faraday constate que, si on déplace un aimant à l'intérieur d'un bobinage, un courant électrique apparaît dans le conducteur tant que l'aimant est en mouvement.
Il observe également que, si on envoie une impulsion électrique dans un conducteur, l'aiguille d'une boussole placée à proximité subit une déviation, puis revient à sa position si on stoppe l'impulsion.
L'impulsion électrique provoque donc un champ magnétique, comme celui de la terre, en plus puissant.
Faraday réalise alors qu'il observe là un lien profond entre le magnétisme et l'électricité, deux phénomènes qui, à première vue semblent totalement indépendants.
Les courants électriques engendrent des champs magnétiques et le déplacement d'un aimant génère un courant électrique ; d'où le terme « d'électromagnétisme »
Cette force étrange qui traverse l'espace séparant l'aimant, le bobinage, la boussole sera appelée désormais « champ électromagnétique »
Cette notion de « champ » qui paraît familière quand on parle du champ magnétique est en fait un des concepts les plus abstraits de la physique et pourtant l'un des plus important dans la compréhension de l'univers.
Ainsi, les équations qui décrivent le mieux le comportement des milliards de particules subatomiques qui composent tout ce qui existe (vous y compris), sont les équations du champ électromagnétique.
Il existe en physique d'autres champs, à un autre niveau d'abstraction : par exemple, le champ d'une particule subatomique, dont la valeur en un point donné représente la probabilité de présence de la particule en ce point.
Faraday ne se contentera pas de s'en tenir aux quantités directement mesurables comme l'intensité, l'orientation de l'aiguille, la rotation d'un fil ; il sent intuitivement que ces champs sont aussi réels que ces valeurs directement mesurables.
Cette géniale intuition sera mis en lumière par un physicien écossais du nom de James Clerk Maxwell.

Les équations de Maxwell :

Les équations de Maxwell expriment les relations entre charges, courants électriques, champs électriques et magnétiques (ces grandeurs abstraites introduites par Faraday).
Atteindre une vue simplifiée et cohérente de phénomènes à première vue sans rapport, grâce à l'introduction d'un concept fédérateur, est un résultat souvent observé dans les théories physiques. Dans le cas de maxwell, ses équations conduisent à une image simple et unifiée, qui fonctionne parfaitement, car elles ont permis de prédire et de comprendre le résultat de toutes les expériences de laboratoire de Faraday et d'autres comme Ampère.
Mais quelque chose encore plus extraordinaire s'est produit pendant la conception de ses équations.

On peut d'ailleurs en profiter pour faire un petit aparté sur la puissance des mathématiques.
En 1960 le prix Nobel Eugène Wigner, a écrit un célèbre article intitulé « *la déraisonnable efficacité des mathématiques dans les sciences »* où il déclare *« Il n'est pas du tout naturel que les lois de la nature existent et encore moins que l'homme soit capable de les découvrir »*
L'expérience montre en effet qu'il y a des lois dans la nature, des régularités dans la façon dont les choses se comportent et que ces lois s'expriment au mieux en utilisant le langage mathématique.
La conséquence directe de cette observation est que la cohérence mathématique peut être utilisée pour nous guider, avec l'expérimentation, jusqu'aux lois qui décrivent la réalité physique.

C'est bien là l'un des mystères les plus intrigants de notre univers.

Pour revenir à nos moutons, dans sa quête de cohérence mathématique, Maxwell s'est vu obligé de rajouter un élément supplémentaire à l'équation décrivant les observations de Faraday sur la déviation de l'aiguille d'une boussole en présence d'un courant électrique : Le courant de déplacement.
Sans que Maxwell en ait eu bien conscience, grâce à cette simple adjonction, une relation profonde entre champs électriques et magnétiques émerge.
Plus précisément, les nouvelles équations deviennent alors des équations d'ondes, de la même forme que celles qui formalisent les mouvements ondulatoires.
Les équations de la propagation du son dans l'air sont des équations d'ondes, comme celles décrivant le mouvement des vagues.
Mais si les sons et les vagues voyagent sur des éléments physiques (l'air ou l'eau), les ondes de Maxwell, elles, font intervenir des champs électriques et magnétiques oscillants.

Mais avant d'aller plus loin, rappelons pour mémoire et le plus simplement possible ces notions de champs électriques et magnétiques.

-Le champ électrique caractérise l'influence qu'une charge électrique peut exercer sur une autre charge. Plus la charge électrique est importante, plus le champ est fort et plus on s'en éloigne, plus l'influence – et donc le champ également - est faible. La tension électrique traduit l'accumulation de charges électriques. Le champ électrique est donc lié à la tension et traduit son influence à distance de la source, d'où son unité de mesure : le volt par mètre.

-Le champ magnétique caractérise l'influence d'une charge électrique en mouvement, et réciproquement exerce son action également sur les charges en mouvement. Une charge électrique en mouvement est un courant électrique dont l'unité est l'ampère. Le champ magnétique est donc lié au courant et traduit son influence à distance de la source, d'où son unité de mesure : l'ampère par mètre.

Le champ électrique et le champ magnétique étant tous deux liés à la charge électrique, ils interagissent entre eux. Ainsi des charges électriques créent un champ électrique qui exerce une force sur d'autres charges électriques présentes dans l'environnement. Celles-ci se mettent en mouvement, constituant ainsi un courant qui crée un champ magnétique susceptible à son tour d'agir sur d'autres courants, etc.
Ainsi, par exemple, dès qu'une lampe de bureau est branchée à sa prise, elle est sous tension et elle crée donc un champ électrique autour d'elle. Dès qu'on l'allume, un courant la traverse et elle émet alors également un champ magnétique.

Les équations d'onde de Maxwell décrivent comment ces champs sont liés entre eux, oscillant dans un sens puis dans l'autre. Elles prédisent aussi que ces ondes doivent se déplacer à une vitesse donnée.

Vitesse des ondes électromagnétiques – vitesse de la lumière :

Les équations de Maxwell prédisent que cette vitesse doit être égale au rapport des forces des champs électriques et magnétiques.
Ces forces peuvent être mesurées de façon relativement simple.
La force d'un champ magnétique peut être déterminée en mesurant l'attraction entre deux aimants.
La force d'un champ électrique peut être déterminée en chargeant deux objets et en mesurant la force qui s'exerce entre eux.
Ainsi, les mesures expérimentales de faraday couplées avec le génie théorique de Maxwell donnèrent une vitesse de 299 792 458 m/s qui est donc la vitesse des ondes électromagnétiques.

Comme on peut le constater il s'agit aussi de la vitesse de la lumière qui n'est autre qu'une onde électromagnétique.

Il y a cependant quelque chose de dérangeant dans la formidable conclusion qui précède, (le bonheur n'est jamais parfait).
Dans l'étape N°1 nous avons établi que parler d'une vitesse sans dire par rapport à quoi, n'avait aucun sens.
Nous verrons à l'étape N°3 que ce critère n'est pas nécessaire pour la vitesse de la lumière qui est en fait une sorte de constante universelle.

Or, la communauté scientifique de l'époque (Maxwell inclus) n'avait pas connaissance de cette particularité, qui ne sera d'ailleurs mise au jour que du temps d'Einstein.

La plupart sinon la totalité des scientifiques estimaient qu'une onde y compris la lumière ne pouvait se déplacer que sur un support matériel (comme l'air pour le son). Comment peut-on vibrer dans rien ?
Ainsi l'opinion générale à la fin du XIX ° siècle était que la lumière se déplace dans un milieu ; ce milieu s'appelait l'éther. La vitesse de la lumière se référait donc à l'éther dans lequel était sensé baigné tout l'univers.
Mais l'hypothèse de l'existence de l'éther générait des questions que la communauté scientifique avait du mal à maîtriser. Il fallait postuler que les astres et aussi tous les objets se déplaçaient dans l'éther sans aucune entrave. De plus, la dynamique du mouvement des astres impliquait qu'à certaines périodes de l'année, la terre devait s'opposer au « vent d'éther » tandis qu'à d'autres elle irait dans le même sens.
Pour en avoir le cœur net, en 1881 deux scientifiques du nom de Albert Michelson et Edward Morley s'attelèrent, par des mesures d'une grande précision et à différentes époques de l'année, à démontrer que cette vitesse change au cours de l'année, puisque la Terre (et le dispositif expérimental) a une vitesse variable par rapport à l'éther.
Grâce à la technique de l'interférométrie, les expériences de Michelson et Morley étaient extrêmement sensibles et se sont progressivement affinées durant plus de six ans, avant que leurs résultats soient publiés en 1887.
Sauf que, contrairement à ce que tout le monde attendait, leurs observations se révélèrent strictement négatives. La vitesse de la lumière était constante quelle que soit la période de l'année.

Cette constatation fût ressentie comme une épine dans le pied par les scientifiques de l'époque jusqu'à ce qu'un certain Albert Einstein, dans sa théorie de 1905, montre que la nécessité de l'existence de l'éther était parfaitement inutile.

En fait, la réponse résidait dans le cœur même des équations de Maxwell puisque celles-ci suggéraient que la vitesse de 299 792 458 m/s était une constante et qu'elles n'autorisaient pas à tenir compte de la vitesse de la source de cette lumière ni de celle du récepteur.
Il n'y avait donc plus que deux solutions : Abandonner l'éther ou rejeter les équations de Maxwell.

Nous verrons dans l'étape N°3 que l'acceptation de la constance universelle de la vitesse de la lumière a des conséquences phénoménales qui sont la base de la théorie de la relativité.

Anecdote : « C » qui est-tu ?

La vitesse de la lumière dans le vide, appelée « c » pour célérité (du latin céléritas) dans les formules de physique, représente pour notre monde habituel une rapidité fabuleuse, d'autant qu'il s'agit d'une limite infranchissable.
En effet, une vitesse 299 792 458 m/s soit plus de 1 milliard de km/h (exactement 1.079.252.849 m/h), dépasse l'entendement.
Mais qu'en est-il à l'échelle cosmique ?
Voyons plutôt : Un rayon laser émis (par exemple) depuis la Tour Effel mettra 1.3 s pour atteindre la Lune, 8 mn pour passer près du Soleil, 100.000 ans pour traverser notre galaxie, 2 millions d'années pour atteindre sa voisine Andromède et enfin près de 13.7 milliards d'années pour arriver aux limites de l'univers (pour autant que cela veuille dire quelque chose).
D'autre part vous verrez, en lisant les étapes suivantes, que cette constante universelle « **c** » représente encore bien autre chose que la vitesse de la lumière dans le vide.

Au fait, quelle est la définition du mètre depuis 1983 ?
Réponse : Le mètre était la longueur du trajet parcouru dans le vide par la lumière pendant une durée de 1/299 792 458 seconde.

Etape N°3 La Relativité restreinte :

Rappel des points essentiels des étapes N°1 et N°2 :
Au fil de ces deux étapes nous avons établi :

- Que le bon sens était l'ennemi de la Science, il était essentiel de faire l'effort intellectuel de s'en départir.
- Que le mouvement absolu n'existait pas
- Que l'espace absolu n'avait pas de sens
- Que deux observateurs situés dans des lieux distincts de l'espace ne pouvaient s'accorder sur la dimension d'un objet.
- Que les travaux de Faraday et les équations de Maxwell démontraient que la vitesse des ondes électromagnétiques était la même que celle de la lumière.
- Qu'Albert Michelson et Edward Morley constatèrent, contrairement à ce qu'ils voulaient démontrer, que la vitesse de la lumière était un invariant
- Que la notion d'éther était inutile
- Que les équations de Maxwell suggéraient que la vitesse de la lumière était une constante et qu'elles n'autorisaient pas à tenir compte de la vitesse de la source de cette lumière ni de celle du récepteur.

La vitesse de la lumière constante universelle :

Si vous roulez à 100 km/h et qu'une voiture vous dépasse à 120 km/h, il est évident que la voiture qui vous double s'éloigne de vous à 20 km/h.
L'expérience (l'observation des étoiles doubles par exemple ou l'expérience de Michelson) et les équations montrent que ce genre d'évidence ne marche pas pour la lumière.
Quelle que soit votre vitesse et quelle que soit votre position dans l'espace, la lumière vous fuira avec toujours la même vitesse
Imaginez que vous soyez dans une fusée fonçant à 100 millions de km/h, soit 10% de « c » vous verriez quand même les photons d'un laser se rapprocher de vous à la vitesse de « c ».
Nous verrons que « c » n'est valable que pour les particules de masse nulle (comme le photon) ; pour les autres particules de masse non nulle, l'énergie nécessaire (donc la masse) pour atteindre « c » serait infinie.
Nous verrons aussi que « c » dans le couple « ct » intervient dans les relations qui expriment l'espace-temps.

Ce qui ne va pas dans la composition des vitesses de Galilée

Si on reprend l'exemple du voyageur dans l'avion, si v est la vitesse de l'avion, w la vitesse du voyageur et V la vitesse du voyageur par rapport au sol ; on a soit V = v + w soit V = v – w selon le sens de son déplacement. Ce qui est une manifestation de ce que l'on appelle : « Les transformations ou composition des vitesses de Galilée ». Sauf que si on applique cette composition des vitesses avec la lumière, V serait égal à v + c ou v – c. Ce qui irait à l'encontre des résultats des travaux de Michelson et Morley.

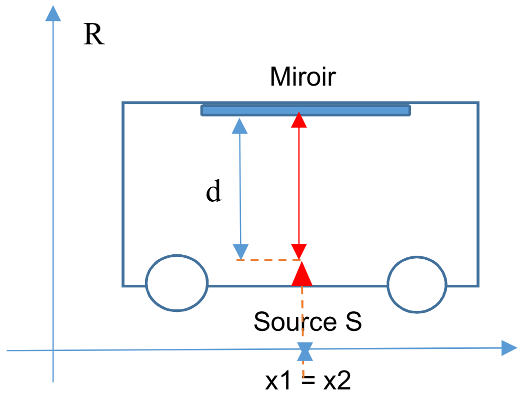
Hendrik Antoon Lorentz, physicien néerlandais (1853-1928), apporte la solution avec ses fameuses transformations en modifiant les équations de Galilée de sorte que la vitesse de la lumière soit toujours constante. Ainsi la composition des vitesses modifiée par Lorentz devient :

$$V = \frac{v + w}{1 + {}^{vw}/_{c^2}}$$

L'automobile de Poincaré / abandon du concept de temps absolu :

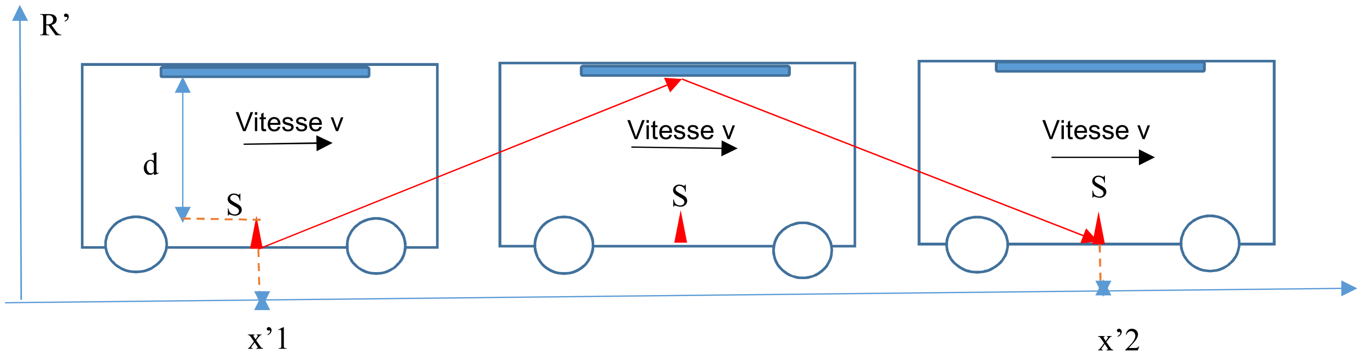
Il s'agit d'une expérience de pensée connue sous le nom de « Automobile de Poincaré » ou, selon les ouvrages, horloge de lumière ; où on met en scène un véhicule disposant d'un dispositif un peu spécial. Deux cas sont considérés, tous deux sous des référentiels galiléens R et R', c'est-à-dire sans accélération ;
a) véhicule à l'arrêt
b) véhicule en mouvement avec un observateur au bord de la route.

<u>1° cas : Référentiel galiléen R du véhicule à l'arrêt</u>



Soit « S », une source lumineuse qui envoie un rayon sur un miroir placé à une distance « d ». Le rayon va se réfléchir sur le miroir et revenir à la source exactement au même endroit. Le point de départ x1 est confondu avec le point d'arrivée x2
Si T est le temps que met le rayon pour aller au miroir, pour faire l'aller/retour il aura parcouru 2d à la vitesse de la lumière « c » dans un temps 2T.
Autrement 2T = 2d / c

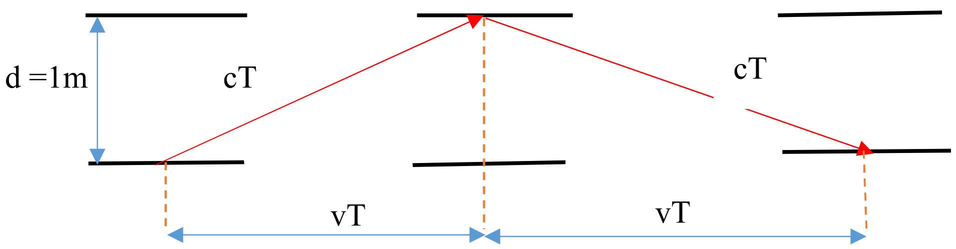
<u>2° cas : Référentiel galiléen R' d'un véhicule en mouvement rectiligne uniforme</u>



Vu du bord de la route la voiture est en mouvement à la vitesse v, le signal lumineux est émis lorsque la voiture est en x'1, et reçu par la lampe, après réflexion sur le miroir, lorsque la voiture est en x'2. Lorsque le signal atteint le miroir, la voiture est au milieu de ce parcours. Le trajet du signal (en rouge), vu de la route, est donc plus long que vu de la voiture. Or il est parcouru à la même vitesse c, puisque la lumière se déplace à cette vitesse-là dans tous les référentiels. Donc, puisque le trajet est plus long, et parcouru à la même vitesse, le temps de parcours doit être plus long.
<u>Le temps mesuré depuis le bord de la route est par conséquent supérieur au temps propre, mesuré dans la voiture</u>.

Calcul de la dilatation du temps et de la contraction des espaces

Par commodité on va considérer que la distance d = 1 m, le schéma se simplifie comme ci-dessous :



On voit clairement qu'en utilisant le théorème de Pythagore on a $c^2T^2 = v^2T^2 + d^2$, soit $c^2T^2 = v^2T^2+1^2$
D'où on tire $1 = c^2T^2- v^2T^2$ ou $T^2 = 1/ (c^2-v^2)$ soit $T = 1/ \sqrt{(c^2 - v^2)}$
Donc $2T = 2/\sqrt{(c^2 - v^2)}$ à comparer avec 2T en version stationnaire qui est = à 2d/c soit, puisque d = 1m
2T = 2/c

Le rapport de ces deux périodes (2T) est une mesure du ralentissement du temps. Pour l'observateur immobile sur la route le temps est ralenti du facteur $\boldsymbol{c / \sqrt{(c^2 - v^2)}}$
En divisant le numérateur et le dénominateur par c **on obtient le fameux facteur de dilatation du temps**

$$\gamma = 1/\sqrt{1 - (v^2/c^2)}$$

Cette expérience de pensée nous enseigne que si nous maintenons que la vitesse de la lumière est une constante de la nature, conformément aux équations de Maxwell, alors les intervalles de temps n'ont pas la même durée selon notre vitesse de déplacement par rapport à quelqu'un d'autre.

En d'autres termes, un temps absolu n'est pas compatible avec le fait que la vitesse de la lumière est une constante universelle.

A noter : Des expériences, bien réelles celles-là, ont été effectuées dans les années soixante en comparant des intervalles de temps avec deux horloges atomiques d'une exceptionnelle précision. Une horloge se trouvant au sol et l'autre embarquée dans un avion. Même s'il s'agissait de quelques nanosecondes de retard pour l'horloge de l'avion, les résultats se sont révélés probants.

Nous verrons dans ce qui suit, que ce terme γ se retrouve dans beaucoup de formules.

Notons que *v/c* étant toujours plus petit que 1, γ est toujours supérieur à 1.

Pour les vitesses de la vie courante (par exemple notre TGV à 300 km/h) γ est très proche de 1 soit précisément (1.000 000 000 000 0039).
Cependant, l'effet serait considérable si votre TGV pouvait atteindre 85% de la vitesse de la lumière soit à peu près 918 millions de km/h - γ aurait approximativement la valeur de 2, ce qui signifie que l'horloge embarquée serait ralentie d'un facteur 2 et que toutes les dimensions seraient réduites de moitié.

Ci-dessous un tableau des facteurs de dilatation (ou de contraction) γ en fonction de la vitesse du mobile.

On observe que l'influence de γ commence à être perceptible à partir de 5% de la vitesse de la lumière, soit 5.4 millions de km/h (ce qui n'est pas encore du TGV).

vitesse v	km s^{-1}	$\gamma(v)$	temps	longueur
0	0	1	1 s	1 m
0,05 c	15.000	1,0012	1,0012 s	0,9988 m
0,1 c	30.000	1,005	1,005 s	0,995 m
0,2 c	60.000	1,02	1,02 s	0,980 m
0,3 c	90.000	1,048	1,048 s	0,953 m
0,4 c	120.000	1,091	1,091 s	0,916 m
0,5 c	150.000	1,155	1,155 s	0,865 m

vitesse v	km s^{-1}	$\gamma(v)$	temps	longueur
0,6 c	180.000	1,25	1,25 s	0,8 m
0,7 c	210.000	1,4	1,4 s	0,714 m
0,8 c	240.000	1,666	1,666 s	0,600 m
0,9 c	270.000	2,29	2,29 s	0,436 m
0,95 c	285.000	3,202	3,202 s	0,312 m
0,99 c	297.000	7,088	7,088 s	0,141 m
0,999 c	299.700	22,37	22,37 s	0,045 m

<u>Autre remarque capitale :</u> On voit que si « v » tend vers « c », γ tend vers l'infini ; nous verrons plus loin que l'énergie E = γ mc², également, ce qui veut dire qu'il faudrait une énergie de propulsion E tendant vers l'infini pour propulser un vaisseau voulant atteindre cette vitesse.

Plus utile, on comprend pourquoi les physiciens cherchent à s'approcher au maximum de la vitesse de la lumière dans leurs accélérateurs de particules

Avoir des preuves de cet incroyable phénomène semble peu probable dans la vie courante puisque les conditions nécessaires pour le constater ne sont jamais réunies.

En fait si ! car les physiciens exploitent tous les jours cette propriété de la nature dans leurs accélérateurs de particules. On peut même dire qu'il n'y aurait pas d'accélérateurs de particules si cette particularité n'existait pas. (Pas plus qu'il n'y aurait de GPS dans votre voiture).

En effet, du fait de leur faible masse, les particules élémentaires sont faciles à accélérer jusqu'à des vitesses proches de la vitesse de la lumière. (Facile est peut-être exagéré quand on pense à la complexité d'un Large Hadrons Collider du CERN à Genève).

L'expérience du National Laboratory de Brookhaven

Dans la démonstration qui suit, nous nous intéressons à deux de ces particules élémentaires : l'**électron** et le **muon**.
On ne présente plus l'électron. Quant au muon, il suffit de préciser qu'il est identique à l'électron en tous points, sauf qu'il est plus lourd et qu'il ne vit au repos que 2.2 microsecondes, alors que l'électron est immortel.
Quand un muon meurt, il donne presque toujours un électron et une paire de particules subatomiques appelés **neutrinos**, mais tout ce que nous avons besoin de savoir c'est que les muons meurent.
Il existe à Long Island, dans l'état de New York au National Laboratory de Brookhaven, un synchrotron de type AGS (Alternative Gradient Synchrotron) qui permet un très beau test de la théorie de la relativité restreinte.
A la fin de années 90, les scientifiques de Brookhaven y ont construit une machine qui produit des faisceaux de muons tournant autour d'un anneau de 14 m de diamètre (soit presque 44m de longueur) à une vitesse de 99.94% de celle de la lumière.
Si, à cette vitesse, la durée de vie des muons était la même qu'au repos, soit 2.2 microsecondes, les muons ne pourraient faire que 15 tours dans l'accélérateur.
En réalité, ils parviennent à effectuer plus de 400 tours avant de mourir, ce qui signifie que leur durée de vie est alors d'un peu plus de 60 microsecondes, soit <u>29 fois plus longue qu'au repos</u>.
C'est là un fait expérimental qui confirme magnifiquement la théorie d'Einstein.

Mais vérifions la précision de cette théorie en reprenant notre histoire d'horloge à lumière embarquée.
Appliquons la formule : $\gamma = 1/\sqrt{1 - v^2/c^2}$ avec *v/c* = 0.9994, au cas de nos muons.
<u>Si vous avez une calculatrice à portée de main, essayez, vous trouverez :29 !</u>

Bienvenue dans le monde merveilleux de la physique !

Notons au passage que l'expérience de Brookhaven n'avait nullement pour objectif de vérifier la théorie d'Einstein, qui était alors si bien établie qu'elle était à la base même du principe de construction du synchrotron, dont le but était d'étudier les propriétés des muons en profitant de la dilatation du temps pour pouvoir les observer plus longtemps.

Nous devons donc conclure que le temps absolu, lui non plus, n'existe pas.

Ce n'est pas tout ; le tableau ci-dessus a une colonne « longueur » ; en effet, comme si ce paradoxe ne suffisait pas, quelque chose d'autre se cache, d'encore plus dérangeant.

Si un observateur accompagnait à la même vitesse les muons tournant dans l'accélérateur, il les verrait faire 400 tours durant leur durée de vie de 2.2 microsecondes puisque les muons pour lui, seraient au repos. Or il est impossible de faire 400 tours en 2.2 microsecondes (qui donnerait une vitesse de 19 992 000 000 m/s très largement au-dessus de « c »).
La seule explication est que la longueur d'un tour pour le muon et l'observateur qui l'accompagne, se contracte exactement du même facteur duquel le temps s'est dilaté ; c'est à dire qu'un tour ne fait plus 44m mais 44 / 29 = 1.52m
Ainsi, non seulement le temps est malléable mais l'espace aussi ! Comme pour la dilatation du temps, il s'agit d'un effet réel**<u>. Les objets réels se contractent quand ils se déplacent</u>**.

Conclusion :

- Pas de mouvement absolu
- Pas d'espace absolu
- Pas de temps absolu
- Pas de dimension absolue

Heureusement que nous ne vivons pas dans un synchrotron !

De la même façon, les muons produits par le rayonnement cosmique dans la haute atmosphère qui naturellement se déplacent à 99.95 % de la vitesse de la lumière ne devraient pas être observables au sol. (Ils devraient se désintégrer au bout de 660m). Or on les observe tous les jours. Preuve qu'ils parviennent bien à franchir les 18 km qui les séparent du sol.

Dans l'étape N°4 suivante : « l'espace-temps », nous verrons que notre espace à 3 dimension (x,y,z) est également à relativiser, car pour coller au mieux à la réalité, il nous faudra prendre l'habitude de parler en 4 dimensions (x,y,z,t) , l'espace-temps

Un peu d'historique :

Henri Poincaré publia en 1900, soit 5 ans avant Einstein, un texte ou est présent l'essentiel de la théorie de la relativité restreinte ; de telle sorte que cela donna lieu à une polémique qui perdure jusqu' aujourd'hui.
Certains grands physiciens, comme Stephen Hawking, pensent que Poincaré mériterait une plus grande reconnaissance de son travail.
Selon Thibault Damour, académicien spécialiste de la relativité, un partage de la paternité de la relativité restreinte devrait être faite entre Lorentz, Poincaré et Einstein.
Mais certains comme Sir Edmund Whittaker, Jules Leveugle, Jean-Paul Auffray…et d'autres s'aventurent plus loin et vont jusqu'à accuser Einstein de plagiat.
On peut trouver sur Internet de nombreux articles sur cette polémique.

Il faut cependant préciser qu'Henri Poincaré conçoit sa relativité avec l'existence de l'éther en lui attribuant les propriétés de contraction nécessaire pour que tout se passe comme dans la théorie d'Einstein.

Il reste, et ce sera ma conclusion personnelle, que la théorie de la relativité d'Einstein a été maintes fois vérifiée par l'expérimentation avec une précision relative de 10^{-13}

« Messieurs les Jurés apprécieront »

Etape N°4 L'espace-temps :

Rappel des conclusions des précédentes étapes :

- Le bon sens est l'ennemi de la Science, il est essentiel de faire l'effort intellectuel de s'en départir.
- Le mouvement absolu n'existe pas
- L'espace absolu n'a pas de sens
- Deux observateurs situés dans des lieux distincts de l'espace ne peuvent s'accorder sur la dimension d'un objet.
- Les travaux de Faraday et les équations de Maxwell démontrent que la vitesse des ondes électromagnétiques est la même que celle de la lumière.
- Albert Michelson et Edward Morley constatent, contrairement à ce qu'ils voulaient démontrer, que la vitesse de la lumière est une invariante
- La notion d'éther est inutile
- Les équations de Maxwell suggèrent que la vitesse de la lumière est une constante et qu'elles n'autorisent pas à tenir compte de la vitesse de la source de cette lumière ni de celle du récepteur.
- Le concept de temps absolu doit être abandonné ainsi que la notion de dimension absolue
- Nous avons déterminé γ le facteur de dilatation du temps et de contraction de l'espace.

L'objectif de l'étape N°4 sera de montrer :
- Que les équations du réel doivent être capables de fournir une description qui ne mettent en jeu que des <u>quantités invariantes</u>, condition nécessaire et suffisante pour que nos mesures soient indépendantes de notre position ou de notre mouvement dans l'univers.
- Que la réalité de l'espace se révèle sous une forme quadridimensionnelle et non tridimensionnelle

Le concept de Minkowski :

Hermann Minkowski de l'université de Göttingen fut le professeur de mathématiques d'Einstein quand celui-ci avait 17 ans. Pour l'anecdote, il faut savoir qu'à l'époque, Minkowski ne considérait pas Einstein comme un bon élève.
On ne sera pas étonné que Minkowski soit par la suite, « sidéré » par l'explosion du génie d'Einstein. Minkowski s'intéressa d'ailleurs très vite à la Théorie de la relativité restreinte.
Eminent mathématicien, Minkowski porta son intérêt sur les formules de transformations de coordonnées et apporta une grande contribution à la relativité, sans laquelle écrivit Einstein "*la Théorie de la relativité générale serait peut-être restée au maillot* ". Il appliqua les transformations de Fitzgerald-Lorentz à un système tridimensionnel animé d'un mouvement uniforme et aboutit à un nouvel espace à quatre dimensions.
Sans trop rentrer dans le formalisme mathématique, on peut cependant donner une idée simplifiée (et forcément incomplète) du Quadrivecteur de Minkowski.

<u>Vers le quadrivecteur de Minkowski</u>

Figure 1

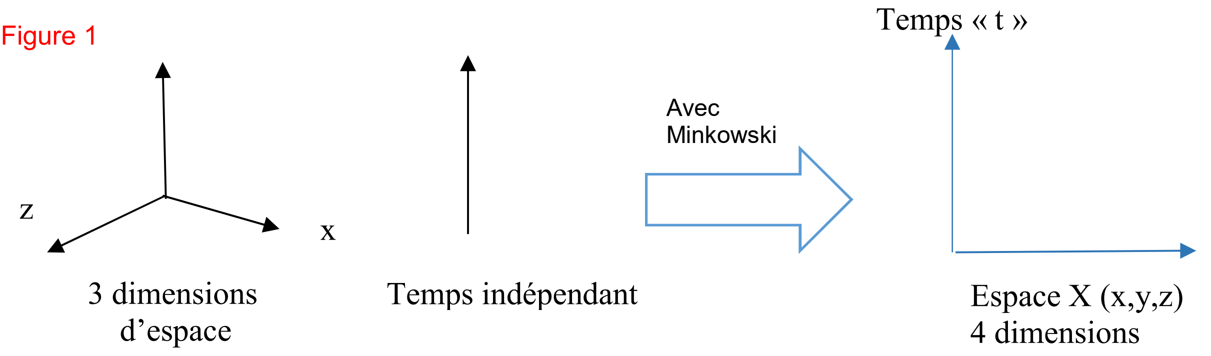
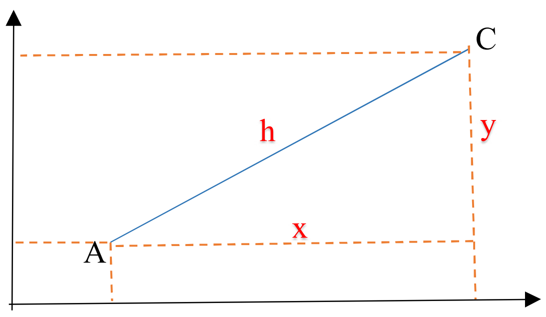


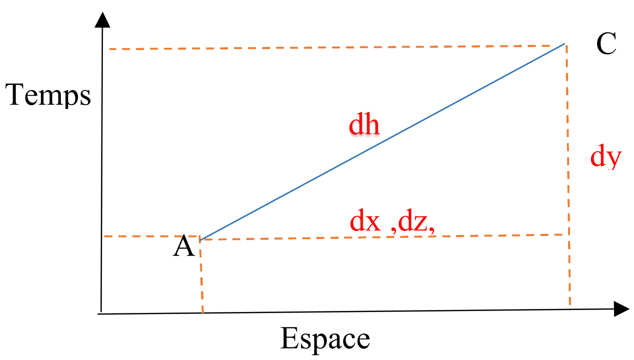
Figure 2



Dans un espace à 2 dimensions, on peut mesurer un segment quelconque AC par le théorème de Pythagore, soit : $h^2 = x^2 + y^2$
Ce théorème est immédiatement généralisable à 3 dimensions soit : $h^2 = x^2 + y^2 + z^2$

Reprenons notre représentation à 4 dimensions de la figure 1 avec l'espace en abscisse et le temps en ordonnée

Figure 3



En utilisant une notation différentielle pour que les accroissements soient le plus infinitésimaux possible on obtient : $dh^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2$

Considérons maintenant un photon, qui se déplace de A à C à la vitesse de la lumière « c » pendant un temps infinitésimal « dt ».il aura parcouru une distance cdt équivalent à dh.

On a donc $c^2dt^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2$ ou $\underline{c^2dt^2 - (dx^2 + dy^2 + dz^2) = 0}$ (1)

Cette équation est fondamentale car elle représente le comportement d'un photon dans l'espace-temps (puisqu'elle le décrit en fonction des coordonnées d'espace et de temps)

Mais peut-on la généraliser pour une particule à vitesse inférieure à « c » ?

Pendant le temps dt la lumière parcourt la distance cdt , beaucoup plus qu'une particule massive qui aurait parcouru $dx^2 + dy^2 + dz^2$ et dans ce cas $c^2dt^2 > dx^2+dy^2+dz^2$ soit $\underline{c^2dt^2 - (dx^2 + dy^2 + dz^2) > 0}$

On vient de trouver un terme qui représente le déplacement d'une particule, relativiste ou non, dans l'espace-temps. Si la particule se déplace à la vitesse de la lumière ce terme est nul ; sinon il est forcément positif puisque rien ne peut aller plus vite que la lumière.

Il est d'usage de le noter « ds^2 » et on l'appelle intervalle d'univers

Cette expression définit le quadrivecteur de Minkowski

$$\boxed{ds^2 = c^2dt^2 - (dx^2 + dy^2 + dz^2)}$$

L'équation (1) décrit la propagation d'un signal entre deux événements. L'intervalle $ds^2 = 0$ parce que les deux événements sont reliés à la vitesse de la lumière. On peut les représenter par un cône de lumière, dit de Minkowski, dans l'espace-temps dont nous verrons une représentation simplifiée.

Invariance, causalité et distance :

De ces trois termes, celui qui nous paraît le plus évident (distance) est en fait le plus subtil.

Au niveau du plancher des vaches, selon l'orientation de votre regard, que vous vous tourniez vers l'Est, l'Ouest ou le Nord, le paysage sera évidemment différent, mais les lois de la nature n'auront pas changé pour autant, la gravité vous maintiendra toujours au sol avec la même intensité.

Cet exemple d'invariance qui paraît bien banal, ouvre une fenêtre sur un concept capital de la physique.

L'exigence selon laquelle les lois de la nature restent les mêmes si nous nous tournons dans différentes directions est appelée invariance par rotation. Celle selon laquelle ces lois ne changent pas si nous nous déplaçons d'un endroit à un autre se nomme invariance par translation.

La sphère, de ce point de vue, est parfaite, (c'est d'ailleurs l'objet le plus symétrique) : une rotation autour de n'importe quel axe qui passe par le centre, de n'importe quel angle orienté aboutira au même résultat, la sphère reste mathématiquement, inchangée.

Ces exigences apparemment modestes, se sont révélées incroyablement puissantes entre les mains d'une mathématicienne géniale du nom d'Emmy Noether.

En 1918, Emmy Noether découvrit un théorème qui établit un lien profond entre invariance et conservation de certaines grandeurs physiques.

Si on reprend notre exemple, si les lois de la nature restent inchangées, cela signifie qu'une grandeur physique est conservée. Dans ce cas, la quantité conservée s'appelle « moment angulaire ».

Pour le cas de l'invariance par translation, la grandeur conservée s'appelle « quantité de mouvement » ou « impulsion ».

Donnons pour exemple un curieux et peu connu phénomène naturel :

La Lune s 'éloigne de la Terre de 4 cm chaque année.

Ceci est dû au fait que l'eau des océans, attirée par la masse de la lune, forme un petit renflement dans sa direction, cause des marées océaniques. La Terre fait un tour sur elle-même une fois par jour, mais le frottement entre l'eau et sa surface ralentit sa rotation. L'effet est minuscule mais mesurable : la durée de rotation s'allonge d'environ 2 millièmes de seconde par siècle.

La grandeur physique mesurant la rotation étant le moment cinétique, on peut dire que le moment cinétique de la Terre diminue au fil du temps.

Comme les lois de la nature sont invariantes par rotation, le théorème de Noether affirme que le moment cinétique se conserve pour l'ensemble du système Terre-Lune.

Donc si le moment cinétique de la Terre diminue, le moment cinétique de la Lune doit augmenter et la Lune doit accélérer son mouvement orbital autour de la Terre. La lune s'éloigne donc légèrement : elle agrandit son orbite autour de la Terre pour assurer la conservation du moment cinétique total du système Terre-Lune et compenser le ralentissement de la rotation de la Terre.

Nous avons vu que l'équation ultra simple $v = x / t$ (vitesse =distance / temps) n'était applicable que dans la vie courante, distance et temps étant des valeurs « variantes ».

Les équations de la nature se doivent d'être universelles et ne peuvent se contenter de quantités variantes.

Il faut donc trouver le moyen d'exprimer ces mesures par des grandeurs invariantes.

Nous verrons que le concept « espace-temps » permet d'atteindre ce résultat.

Mais avant d'aller plus loin, il faut d'abord définir ce qu'on entend par « **causalité** »

En physique, le principe de causalité affirme que si un phénomène (nommé cause) produit un autre phénomène (nommé effet), alors l'effet ne peut précéder la cause. Il n'y a pas de réversibilité possible.

Ceci peut paraître évident lorsque l'on dit que « La mère est cause de la naissance son l'enfant, donc qu'aucune conception cohérente de l'espace et du temps ne peut permettre que l'enfant naisse avant sa mère ».

Cette évidence (apparente) se révèle fragile et il convient de s 'entourer de toutes les précautions nécessaires si on ne veut pas aboutir à des phénomènes fantastiques comme par exemple remonter le temps pour empêcher sa propre naissance ; (même si de nombreux auteurs, et non des moindres, comme René Barjavel avec son « voyageur imprudent » ont tenté de porter leurs fantasmes au niveau scientifique).

Quant au concept de « **distance** », là aussi, il va nous falloir penser autrement qu'en terme de « géométrie euclidienne » où la distance la plus courte séparant deux points est la ligne droite. Ceci n'est en fait valable que dans un espace plat.

Déjà, dans notre espace tridimensionnel familier, on peut constater par exemple sur un planisphère que la trajectoire entre deux villes est une courbe et non une droite. Ainsi, la géométrie de la surface de la terre n'est pas une géométrie euclidienne.

D'autres propriétés euclidiennes ne sont pas valables pour une sphère : par exemple la somme des angles d'un triangle ne fait pas 180° et les méridiens qui sont des lignes parallèles se recoupent aux pôles.

Pour exprimer ce concept de « distance la plus courte entre deux points » valable dans toutes les géométries, les scientifiques utilisent le mot de « **géodésique** ». Une droite est une géodésique dans un espace plat.

Il nous faut maintenant « mélanger » distance et temps, opération qui s'avère indispensable si nous voulons tenir compte des équations de Maxwell et appliquer la théorie d'Einstein.

<u>Implicitement, en parlant de distance dans le temps, il va falloir traiter le temps comme une dimension supplémentaire.</u>

Penser le temps comme « une autre dimension » est un saut abstrait qu'il nous faut effectuer.

Une créature imaginaire vivant dans un espace plat aurait autant de difficulté pour se représenter cette troisième dimension, qui pour nous semble si naturelle.

Espace hyperbolique ou espace-temps de Minkowski

Pour poursuivre notre investigation, nous allons imaginer un scénario que nous baptiserons « *chronique du matin blême* »

Scénario :

Premier événement : Vous vous réveillez à 7 h et vous vous levez. Ce sera l'événement O

La distance entre votre lit et la cuisine est de 10 m

Deuxième événement : Vous avez fini votre petit déjeuner à 8 h. Ce sera l'événement A

Nous disons que la distance spatiale entre les deux événements est de 10 m et la distance temporelle est 1 h.

Pour être tout à fait précis, il faudrait dire : « j'ai mesuré la distance entre mon lit et la table de la cuisine avec un mètre à ruban et j'ai mesuré l'intervalle de temps avec mon réveil et l'horloge de la cuisine ». Il faut garder à l'esprit que ces deux distances, dans l'espace et dans le temps, ne sont pas universellement reconnues. Quelqu'un qui passerait en avion au-dessus de votre maison pourrait dire que votre horloge est ralentie et que la distance entre votre lit et la cuisine est contractée.

Ce qu'il faut trouver c'est une distance dans l'espace-temps sur laquelle tout le monde s'accorde.

Comment combiner 1heure et 10 mètres pour construire une distance invariante dans l'espace-temps ?

Il faut d'abord faire preuve de prudence et commencer par ne pas supposer que la géométrie euclidienne s'applique automatiquement. De plus, il faut convertir le temps dans une unité de longueur, ce qui est possible puisqu' une distance « x » = une vitesse « v » multipliée par un temps « t » et de cette façon vt est bien dans une unité d'espace.

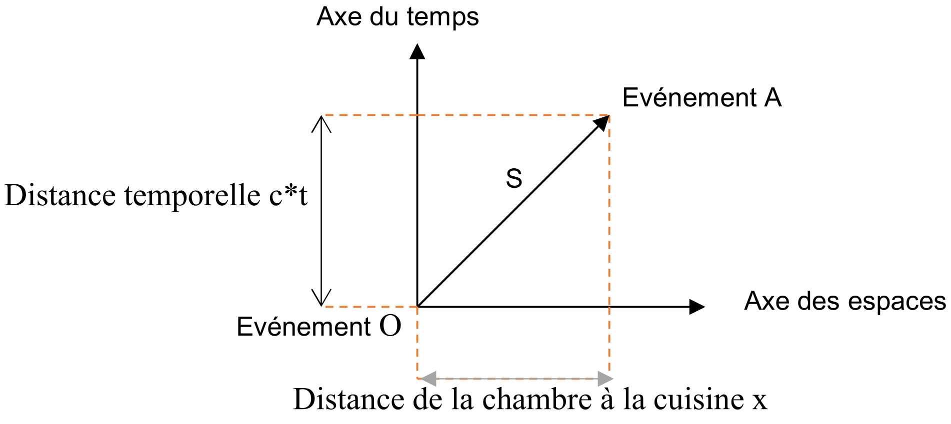
Seulement, le défaut de cette expression, c'est qu'il nous faut passer par une vitesse.

Nous allons donc introduire une vitesse « étalon » que nous allons (hypocritement) appeler « **c** » ; alors que rien ne nous dit que cela puisse avoir un rapport avec la célérité.

Le vecteur « temps » en unité d'espace sera donc représenté par « **ct** »

Remarquons au passage, que cette façon d'échanger distance et temps, nous est familière, car nous ne sommes pas choqués quand un astronome nous parle en « années-lumière », unité qui est plus facile à manier que 299792.458 km/s x 3600 s/h x 24 h/j x 365 j/an = $9.4543 * 10^{12}$ km, soit plus de neuf mille milliards de km.

Figure 1



Ainsi, dans notre *chronique du matin blême*, la distance temporelle de 1h est représentée par « c*t » et la distance de la chambre à la cuisine par « x ».

La distance dans l'espace-temps entre les deux événements sera donc représentée par l'hypoténuse « S »

Pour calculer S, il y a deux hypothèses possibles :

a) L'espace est euclidien : dans ce cas $S^2 = (ct)^2 + x^2$ (Pythagore)

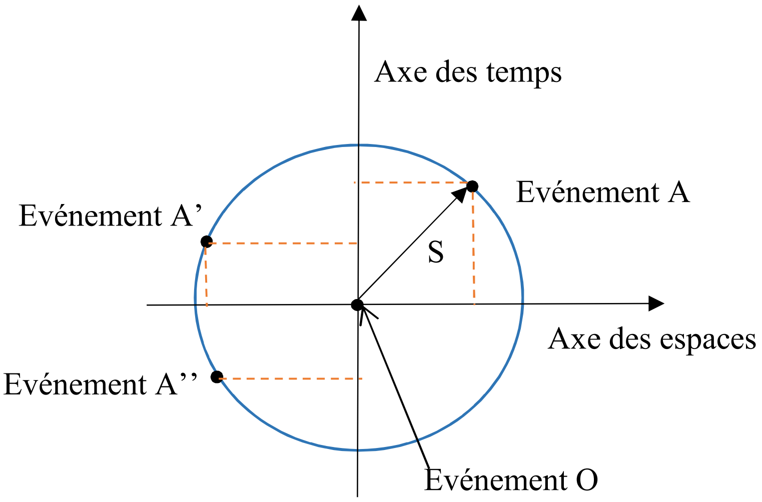
b) L'espace n'est pas euclidien, alors nous utiliserons l'espace de Minkowski ; et dans ce cas

$S^2 =(ct)^2 - x^2$

Notre objectif est de construire une distance dans l'espace-temps « S » qui ne dépende pas de l'observateur.

Le fait que deux observateurs différents peuvent être en désaccord sur les valeurs de x et de t, à condition que S soit le même peut se visualiser de la manière suivante :

Figure 2



Dans l'hypothèse euclidienne nous calculons S par la formule de Pythagore, $S^2 = (ct)^2 + x^2$.

Donc, chaque point du cercle se trouve à la même distance du centre O.

Notre condition semble bien remplie : « S » est invariant.

En d'autres termes, l'événement A pourrait se trouver n'importe où sur la circonférence du cercle de la figure 2 à la distance S de O dans l'espace-temps.

A quel point du cercle l'événement A doit-il se trouver ? Cela dépend de qui mesure x et t.

Pour vous, vous savez exactement où A se trouve (x = 10m et t = 1h)

Pour deux observateurs différents, nous avons vu que A pourrait se trouver n'importe où sur le cercle, puisqu'ils n'auront pas la même mesure de l'espace et du temps.

On peut donc imaginer d'autres positions comme A' par exemple.

Mais si pour la position A', il n'y a pas de problème, pour la position A'', rien ne va plus ; l'événement A'' se trouve sur l'axe du temps dans le passé de O.

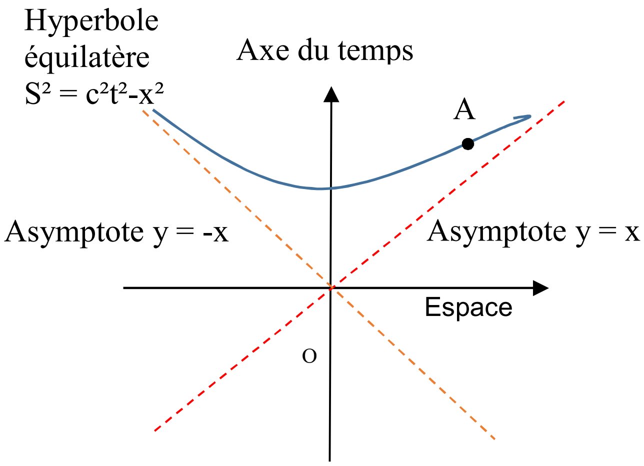
Autrement dit, vous avez fini votre petit-déjeuner avant de vous réveiller.

Nous n'avons pas respecté la clause de causalité, l'équation $S^2 = (ct)^2 + x^2$ ne convient pas. Nous ne sommes pas dans une géométrie euclidienne.

Il nous faut donc utiliser l'équation $S^2 = (ct)^2 - x^2$

Cet espace dans lequel la distance entre deux points est régie par une telle équation est appelé espace hyperbolique par les mathématiciens et espace-temps de Minkowski par les physiciens.

Figure 3

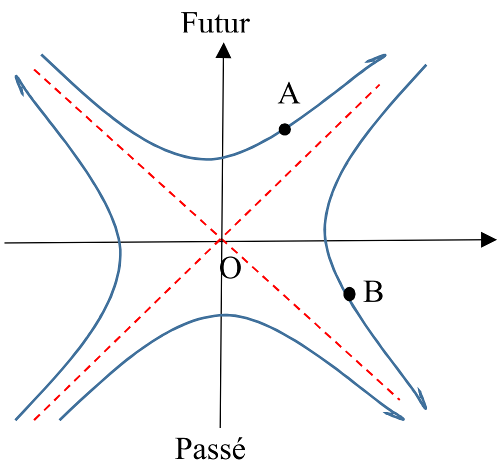


Dans la figure 3 nous retrouvons les mêmes événements O et A, mais tous les points qui se trouvent dans l'espace-temps à une distance constante de O sont placés sur une hyperbole équilatère répondant à l'équation $S^2 =(ct)^2 - x^2$.
Notez que la courbe tend vers les droites pointillées à 45° par rapport aux axes (asymptotes d'équation $y = x$ et $y = -x$).
Vous pouvez surtout constater, que la courbe se trouve toujours dans le futur

La clause de causalité est respectée. (Vous vous levez avant de prendre votre petit-déjeuner). .
C'est le cône entre les pointillés qu'on appelle « cône de lumière »

Néanmoins, pour l'instant nous ne pouvons pas faire de calculs pratiques, car nous n'avons pas déterminé la valeur de « c » (notre vitesse étalon)
La réponse réside dans une propriété de l'espace-temps de Minkowski que nous venons de construire.

Figure 4



Dans la figure 4 nous avons tracé quatre courbes, qui répondent aux critères de distance constante dans l'espace-temps par rapport à O. Celle d'en haut se trouve entièrement dans le futur (cas précédent), celle du bas entièrement dans le passé, mais celle de gauche et celle de droite ont une partie dans le passé et une partie dans le futur. Ce qui risque de ne pas être simple pour respecter la clause de causalité.

Si cette configuration est, comme nous l'avons vu, inacceptable dans notre cas d'école, en est-il toujours de même ?
Reprenons notre *chronique du matin blême* :
Cette fois, nous rajoutons que l'événement O représente aussi la sonnerie de votre réveil.
Supposons que sur une planète du système Alpha du Centaure se trouvant à 4 années-lumière de la Terre, un vaisseau spatial décolle un peu avant la sonnerie de votre réveil (événement B) et se dirige vers vous. Imaginez que ce vaisseau décoche un tir au laser pour détruire votre réveil.
Si la vitesse de ce rayon était infinie, comme le vaisseau démarre dans le passé de O, on se retrouverait avec un problème de causalité.
Sauf que, la vitesse du rayon étant limitée à la célérité, le rayon mettra 4 ans avant de d'impacter votre réveil. Il n'y a pas de problème de causalité. On dit dans ce cas que les événements A et B sont causalement déconnectés.
On ne peut donc écarter aucune des quatre régions distinctes de l'espace-temps de Minkowski.

Mais quelle est donc notre vitesse étalon « c » ? Pour cela, prenons le train.
Vous êtes assis dans un train pour un voyage de 2h, vous n'avez pas bougé de votre siège, donc de votre point de vue, vous avez parcouru une distance **x = 0**. Vous avez seulement voyagé dans le temps.
Dans l'espace-temps, vous avez parcouru la distance **S=ct**, avec t =2h.
Considérons maintenant, le point de vue d'un observateur se trouvant immobile au sol et observant votre déplacement avec ses propres moyens de mesure.
Si vous voyagez pendant 2 heures à une vitesse de 100 km/h, il note qu'à la fin du voyage, vous avez parcouru une distance **X=vT** (les majuscules sont affectées aux mesures de l'observateur pour les distinguer de celles effectuées par vous où x = 0 et t = 2h).
Compte tenu qu'il faut que vous accordiez sur la distance parcourue dans l'espace-temps, il convient d'égaler votre équation et la sienne.
Soit pour vous $S^2=c^2t^2$ et pour lui $S^2=c^2T^2 - v^2T^2$ (rappelons que vT est la distance mesurée par l'observateur)
Il faut donc résoudre $c^2t^2 = c^2T^2 - v^2T^2$

En réarrangeant un peu cette équation, nous en tirons : T = $ct/\sqrt{(c^2-v^2}$.
Donc, même si votre montre indique que votre voyage a duré 2 heures, d'après celle de l'observateur, votre voyage a duré un peu plus longtemps.
Le rapport de dilatation du temps T/t = $c/\sqrt{(c^2-v^2)}$ en divisant par c, T/t = $1/\sqrt{1-v^2/c^2}$

Qui n'est autre que le facteur de dilatation du temps γ de l'étape N°3
Ce qui démontre que notre vitesse étalon « c » n'est autre que la vitesse de la lumière.

Mais revenons à notre hyperbole équilatère et à ses deux asymptotes pour quelques remarques :
Imaginons un mobile quelconque qui partirait de O.
S'il allait soit à l'ouest soit à l'est sur l'axe des espaces, il pourrait aller aussi loin qu'il le voudrait instantanément, c'est à dire qu'il n'emprunterait aucunement la direction du temps. Sa vitesse serait infinie, ce qui, nous le savons, n'a pas de sens.
Si, au contraire, il était stationnaire dans l'espace (attention : il s'agit là d'une convention, car nous savons que cette expression n'a pas de sens absolu) il ne se déplacerait qu'en direction de l'axe du temps (plein nord) et à ce moment-là, dans l'équation $s^2 =(ct)^2 - x^2$ avec x = 0, la distance dans l'espace-temps s = ct. Sa vitesse dans l'espace-temps serait égale à « c ».

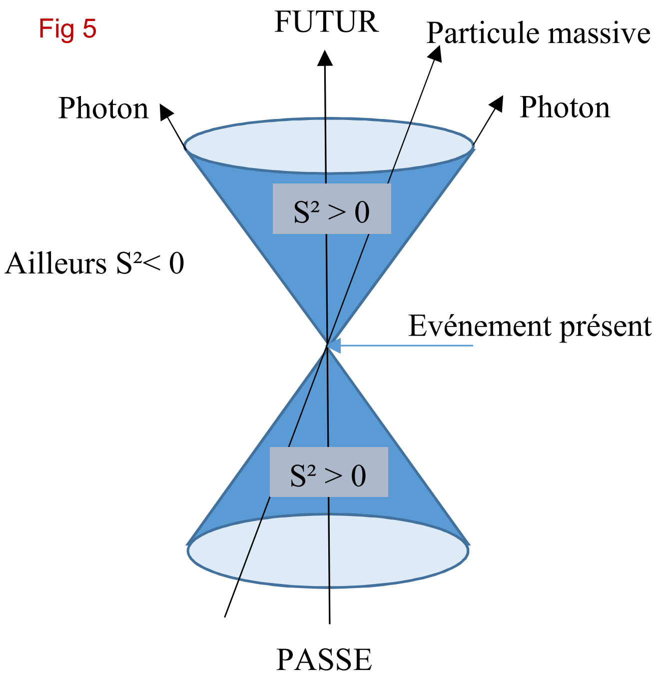
La vitesse d'un objet « immobile » dans l'espace-temps est égale à « c »

On remarquera enfin que sur les asymptotes (d'équation y = x et y = -x), $(ct)^2 = x^2$, soit $S^2 = o$, représentent bien les limites des régions de l'espace-temps de Minkowski
(le fameux cône de lumière).

Notons que si $c^2t^2 = x^2$, soit $c^2t^2 = v^2t^2$ alors la vitesse d'un mobile dans ce cas est également « c ». sauf que nous verrons que ce mobile ne peut pas avoir de masse.

Le cône de lumière :

Fig 5



Beaucoup de choses intéressantes peuvent être dites sur le cône de lumière. Mais ce qui nous intéresse pour l'instant, c'est qu'il illustre le fait que des événements causalement liés sont limités par les bords de ce cône (asymptotes où $S^2 = 0$) et où ils ne peuvent être joints que par une action allant à la vitesse de la lumière.
L'intérieur du cône (l'espace-temps standard), relie tous les événements dont la vitesse est inférieure à « c ».
L'extérieur (appelé ailleurs), regroupe les espace-temps non liés causalement à l'événement présent, faute de quoi la vitesse serait supérieure à « c ».

Le (*faux)* paradoxe des jumeaux de Paul Langevin :

Le paradoxe des jumeaux, mis au jour par Paul Langevin en 1911, est une des questions les plus complexes de la relativité. Il donna lieu à nombre d'articles (plus ou moins scientifiques) et maintes polémiques.
Même Einstein pensa un certain temps que ce paradoxe ne pouvait s'expliquer que par la Relativité Générale, jusqu'à ce qu'il trouve de lui-même, une explication mathématique en Relativité Restreinte apparemment imparable.
De quoi s'agit-il ?
Imaginons des jumeaux, l'un astronaute qui part pour une mission vers Andromède laissant son frère sur Terre. L'astronaute se déplace à une vitesse s'approchant de la célérité et, comme nous l'avons vu dans l'étape 3, le temps pour lui s'écoule moins vite, c'est à dire dans un rapport correspondant au coefficient de dilatation du temps (γ) que nous avons déjà étudié.

Mais nous savons aussi (étape 1) que le mouvement absolu n'existe pas et qu'on ne peut pas répondre dans l'absolu à la question : Qui bouge, qui est stationnaire ?
Vous vous souvenez que l'astronaute a, lui aussi, parfaitement le droit d'estimer que c'est lui qui est immobile dans sa cabine et que c'est la Terre qui s'enfuit à grande vitesse et que, par conséquent, c'est son jumeau qui voit sa vie ralentir dans les mêmes proportions.

Alors, qui vieillit plus vite, le stationnaire ou le mobile ?
A priori, puisque les systèmes sont parfaitement symétriques, tous les deux, sauf que cette affirmation n'a pas de sens.
C'est ce que l'on appelle le paradoxe des jumeaux de Paul Langevin.

Le problème de la relativité restreinte, c'est que ses lois, ne sont valables que dans les référentiels inertiels (mouvements uniformes non-accélérés), ce qui n'est pas le cas pour les phases d'accélération et de décélération où il faut faire intervenir la notion de masse et donc de gravité.

Or pour faire l'aller et le retour, il a bien fallu accélérer et décélérer deux fois. On ne peut donc pas parler de symétrie des deux systèmes.

Les équations d'Einstein montrent qu'en tenant compte de ces « accélérations/décélérations » celui qui vieillit le plus vite est bien celui qui est resté à terre.

Note : Signalons au passage une démonstration très intéressante, par l'effet Doppler que l'on peut trouver sur le site « Techno-science.net ».

Pour se faire une idée de ce que donnerait ce curieux phénomène de dilatation de l'espace et du temps, je pense que le mieux est de citer l'application numérique donnée dans le livre de Brian Cox et Jefff Forshaw.
Imaginons un voyage de 10 ans avec une accélération de 1g, suivie par 10 ans de freinage à –1g, après quoi le vaisseau spatial se dirige vers la terre, accélère de nouveau pendant 10 ans, puis freine pendant 10 ans pour revenir au point de départ. Au total le voyage au bord du vaisseau spatial aura donc duré 40 ans.
Question : Combien d'années se sont écoulées sur la Terre ?
Réponse : 59000 ans !!!

Dans la prochaine étape, nous atteindrons enfin notre objectif qui est, rappelons-le, de comprendre pourquoi E =M C ² et quelles en sont les fabuleuses conséquences.

Dont la plus inouïe selon Thibault Damour professeur de physique théorique à l'Institut des hautes études scientifiques :

« Avec la théorie d'Einstein, il devenait possible que toute la masse d'un corps, par rayonnement, devienne de l'énergie et même que, en partant d'une région de l'espace vide de toute matière, on y crée une masse, en y concentrant un certain rayonnement de pure énergie »

Etape N° 5 Pourquoi E = MC²

Préambule:

Sans avoir à rappeler tout ce que nous avons établi au cours des quatre étapes précédentes, il est bon cependant d'insister sur certains points comme le fait que, dans l'espace-temps, toute chose est pourvue d'un même quota de vitesse, tout va à la même vitesse « c ».

Que les lois de la physique doivent s'exprimer en utilisant des quantités invariantes. La raison étant que tout ce qui existe, existe dans l'espace-temps et que donc quand nous écrivons une équation – décrivant par exemple comment un objet interagit avec son environnement –, il nous faut trouver une expression mathématique n'utilisant que des quantités invariantes.

Toutes les équations fondamentales de la physique aujourd'hui y parviennent.

Il faut bien être conscient que si une équation n'utilise que des longueurs dans l'espace, ou des temps mesurés par une horloge, elle n'est qu'une approximation, valable seulement pour des objets qui se déplacent très en-dessous de la vitesse cosmique.

La physique fondamentale s'intéresse à la recherche d'équations fondamentales ce qui impose de travailler uniquement avec des représentations mathématiques d'objets ayant une signification universelle dans l'espace-temps.

Le vecteur « quantité de mouvement »

Nous connaissons les vecteurs à deux, voire trois dimensions. Par exemple un « trivecteur » représentant l'état de mouvement d'une voiture, avec une dimension de vitesse (50 km/h) , une dimension d'orientation (le Bourg d'Oisans vers l'Alpe- d'Huez), une dimension d'élévation (10% de pente).

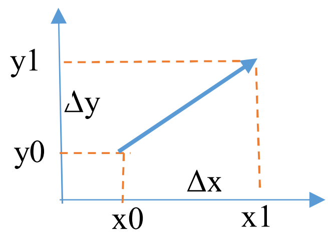
Il y a un vecteur qui nous intéresse particulièrement, c'est le vecteur que l'on appelle vecteur « quantité de mouvement ».
La quantité de mouvement, appelée aussi « impulsion » est simplement <u>le produit de la masse par la vitesse</u>. et est orienté dans le sens du mouvement.
Il est traditionnellement connu sous la forme **p = mv**, « p » pour quantité de mouvement.

En ce qui concerne la masse, que nous définirons (pour l'instant) comme étant la quantité de matière d'un corps, chacun sait qu'elle ne doit être confondue avec le poids ; même si sur Terre les deux sont au moins proportionnels.
Une autre façon de définir la masse est l'inertie. Plus un objet est massif, plus il faut de force pour le déplacer. Cette loi de la nature a été exprimée par Isaac Newton en 1687 sous la forme **F = ma** (l'équation la plus célèbre après $E = MC^2$).
« F » étant la force qu'il faut impliquer à une masse « m » pour obtenir une accélération « a ».
(Rappelons qu'une force appliquée à un objet ne provoque pas un mouvement continu mais une accélération)

Pour revenir à la quantité de mouvement, prenons l'exemple de deux boules de billard dont la masse est identique et qui sont lancées l'une contre l'autre à la même vitesse. Leurs vecteurs respectifs « quantité de mouvement » sont de longueur égale mais de directions opposées. Si on fait la somme des deux vecteurs, le résultat est 0. La loi de la conservation de l'impulsion prévoit que, après collision, les deux boules doivent se séparer en direction opposée et avec une vitesse identique.

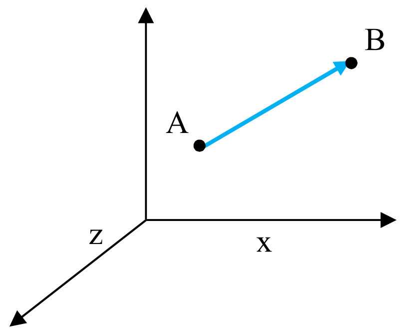
Comme autre exemple, inspirons-nous d'un tir de canon :
Au moment du tir, le boulet jaillit à haute vitesse, tandis que le canon recule légèrement *(si on peut dire pour un canon).*
Avant le tir, la quantité de mouvement du système est nulle $v = 0, \Rightarrow mv = 0$; après le tir, le vecteur quantité de mouvement du boulet est le produit de la masse du boulet par sa vitesse et il est dirigé vers l'avant ; ce vecteur s 'annule avec le vecteur quantité de mouvement du canon, qui est égal à la masse du canon multiplié par sa vitesse et dirigé vers l'arrière. La différence de masse justifiant le peu de recul.
Tout ceci est conforme à la conservation de la quantité de mouvement.

Figure 1



Dans un espace tridimensionnel on peut toujours remplacer les coordonnées d'un vecteur par des expressions du genre Δx, Δy, Δz qui sont des écarts d'espace. On peut aussi considérer Δt comme un écart de temps. La vitesse pouvant être représentée par $\Delta x / \Delta t$.
Le vecteur impulsion $p = mv$ devient $m * \Delta x / \Delta t$

Figure 2



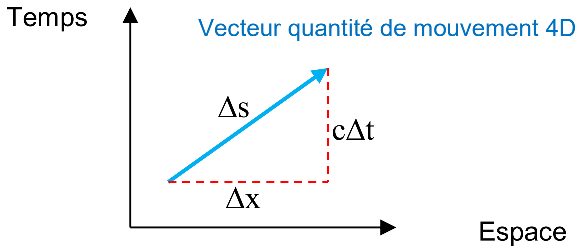
Pour l'illustrer, imaginons un mobile qui va de A vers B dans un espace tridimensionnel, parcourant une distance Δx dans un temps Δt.

Le vecteur quantité de mouvement dans l'espace-temps

Le vecteur « quantité de mouvement » standard évoqué ci-dessus, ne s'exprimant que dans notre espace familier tridimensionnel, tout ce que nous avons appris jusqu'à présent montre qu'il est indispensable de trouver pour l'espace-temps un équivalent invariant à quatre dimensions.

Dans l'espace-temps de Minkowski un vecteur quantité de mouvement **Δs** sera figuré de la façon suivante :
Les trois dimensions x, y, z sont remplacées par une seule dimension d'espace Δx + une dimension de temps cΔt (équivalent de ct rencontré dans les étapes 3 et 4), « c » étant pour l'instant arbitraire.

Figure 3



Si vous êtes immobile, le vecteur est orienté uniquement dans la direction du temps et a comme longueur, comme nous l'avons vu, « cΔt ».
Si vous êtes en mouvement, le vecteur est composé des trois dimensions de l'espace et de la dimension du temps ; il sera représenté par une longueur Δs et une orientation qui indique son déplacement dans les trois dimensions d'espace ; (à condition toutefois, de ne pas dépasser les asymptotes y = x et y = -x du cône de lumière du futur, faute de quoi, nous aurions un problème avec la « causalité »).

Mais nous savons que la longueur de ce vecteur quantité de mouvement doit être calculée selon la formule de Minkowski : $(\Delta s)^2 = (c\Delta t)^2 - (\Delta x)^2$.
Si le remplacement de x, y, z par ΔX dans l'espace-temps est évident, qu'en est-il de **Δt** ?
La réponse n'est pas facile à expliciter d'une manière simple.
A partir des quantités invariantes dans l'espace-temps (voir étape 4), soit la vitesse « **c** » et la distance **Δs**, il n'y a qu'une seule combinaison viable : c'est le nombre obtenu en divisant la longueur Δs par la vitesse c, ce qui donne un « temps » **Δs/c**.
En divisant Δs par le « temps » Δs/c on obtient simplement : « **c** ».
De fait, une fois encore, l'analogue à quatre dimensions de la vitesse, dans la formule de la quantité de mouvement, est la limite de vitesse universelle **c**.
Le vecteur vitesse d'un objet se déplaçant dans l'espace-temps a pour longueur c, et il pointe (dans l'espace-temps) dans la direction du déplacement de l'objet.
Pour compléter la nouvelle formule de l'impulsion, il ne nous reste qu'à multiplier le vecteur vitesse par la masse m ; il s'en suit que la quantité de mouvement est de longueur constante et égale à « **mc** ».

Il nous faut maintenant calculer les composantes d'espace et de temps en utilisant l'expression de la longueur du vecteur quantité de mouvement à trois dimensions
m.Δx / Δt. Dans l'espace à quatre dimensions on ne peut pas conserver Δx et Δt tels quels, il faut donc remplacer **Δx** par **Δs** et **Δt** par **Δs/c**, pour obtenir la longueur du nouveau vecteur quantité de mouvement.
De la formule de Minkowski on tire : $\Delta s = \sqrt{c^2 \Delta t^2 - \Delta x^2}$, qui peut s'écrire en divisant par Δt , $\sqrt{\frac{c^2 \Delta t^2 - \Delta x^2}{\Delta t^2}}$

$= \sqrt{c^2 - \frac{\Delta x^2}{\Delta t^2}}$ or la vitesse de notre mobile est $v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$, ce qui donne $\Delta s / \Delta t = \sqrt{c^2 - v^2}$, d'où

$\Delta s = \Delta t \sqrt{c^2 - v^2}$; cela tombe bien puisque nous avons calculé dans l'étape 3 le terme (facteur de dilatation du temps) $\gamma = c / \sqrt{c^2 - v^2}$, on a donc $\Delta s = \Delta t . \frac{c}{\gamma}$.

D'où on tire notre facteur temps : $\frac{\Delta s}{c}=\frac{\Delta t}{\gamma}$.

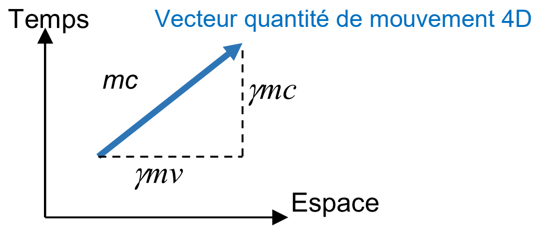
Rappelons-nous que dans l'espace à trois dimensions nous exprimions la quantité de mouvement par p = m * Δx / Δt. (Δx / Δt à la place de v)

On peut constater que pour changer la dimension du vecteur impulsion sans changer sa direction, il faut également modifier la composante Δx et la composante cΔt (voir figure 3).

Donc pour la composante Δx on a $\frac{\Delta x.m}{\Delta t/\gamma}$ qui peut s'écrire $\gamma m.\frac{\Delta x}{\Delta t}$ soit $\gamma m v$

<u>Pour la composante cΔt , on a $\frac{mc\Delta t}{\Delta t/\gamma}$ qui peut s'écrire γmc</u>

Figure 4



Quant au vecteur impulsion en utilisant la formule de Minkowski on a P² = (γmc) ² - (γmv)²
Soit P² = γ²m² (c²-v²) or comme vu plus haut c²-v² = (c/γ)² on a P² = γ²m².c²/γ² soit
<u>P = mc</u> (comme défini précédemment).

En vertu de la loi de la conservation de l'impulsion, vue plus haut, on peut déduire qu'il en va forcément de même pour les composantes.
Autrement dit *γmv* et *γmc* sont également des quantités conservées au cours d'une interaction.
Si la vitesse est relativement faible, γ tend vers 1 et *γmv* devient *mv* et on retrouve l'ancienne loi de la conservation de la quantité de mouvement.
Quant à *γmc,* « c » étant universelle, cela signifie que la masse aussi est conservée, sauf que nous verrons plus tard que c'est l'énergie qui est conservée (tant pis pour Lavoisier)

De ½ mv² à mc² (De Newton/Leibniz à Einstein)

Mais revenons sur γ = $1/\sqrt{1-v^2/c^2}$ qui s'écrit aussi (1- v²/c²)$^{-1/2}$. Si on pose x² = v²/c².

On peut opérer un développement limité du premier ordre de la forme 1+1/2 x²+… en première approximation soit 1+1/2 v²/c²

Intéressons-nous maintenant à la composante ɣmc de la figure 4, soit p^0 = *ɣmc*
c'est-à-dire (1- v²/c²)$^{-1/2}$.mc

Considérons la grandeur cp^0 qui est égale à mc² (1+1/2 v²/c²) soit :

$$cp^0 = mc^2+1/2mv^2$$

On identifie cp^0 comme l'énergie E d'un objet

Par exemple pour 10% de c, soit environ 30.000 km/s, on a γ = 1.00504 et (1 + ½ v²/c²) = 1.00500

Pour nos besoins terrestres on se contentera de cette approximation et on pourra écrire que
ɣmc² = (1+½v²/c²) * mc² = **<u>mc² + ½ mv²</u>**

Rappelons que ½ mv^2 est la formule classique de l'énergie cinétique de Newton (modifiée Leibniz et Emilie du Châtelet) .

Profitons de ce détail pour faire un petit aparté historique :
La Marquise Emilie du Châtelet 1706-1749 est une des rares femme de science du XVIII° siècle. Connue principalement pour la traduction des « principes mathématiques de la philosophie naturelle » de Newton, elle fût, entre autre, la maîtresse d'un newtonien converti du nom de Voltaire.
Ce qui est intéressant pour notre histoire, c'est qu'elle a soutenu, contre l'avis de Newton, le fait que la vitesse devait être élevée au carré dans la formule de ce qui fût appelé plus tard l'énergie cinétique, prenant ainsi le parti de Leibniz et de Bernoulli.
A noter également qu'elle fût la première à émettre l'hypothèse de l'inclinaison de l'axe de la terre, inclinaison confirmée plus tard par Laplace.

Ainsi, par un long cheminement passant par la composante temporelle de la quantité de mouvement, nous avons montré une nouvelle forme de l'énergie qui est la somme de **mc^2** et de **½ mv^2.**
En fait deux expressions de l'énergie qui se conservent.

Je crois que la meilleure façon de résumer ce paragraphe est de citer Brian Cox et Jeff Forshaw :
« Il est frappant que la démonstration de la conservation de l'impulsion dans l'espace-temps n'a pas seulement abouti à une version améliorée de la version existante dans l'espace tridimensionnel, mais à reformuler la loi de l'énergie »

Conversion de la masse en énergie :

Du point de vue pratique, (par exemple pour un ensemble de particules en mouvement), ce qui est montré plus haut signifie que la somme des énergies cinétiques et la somme des masses multipliée par « c » au carré, est une constante.
Il en ressort que rien n'interdit que la masse soit convertie en énergie cinétique et réciproquement, pour autant que la somme des deux quantités reste constante.
La masse et l'énergie sont potentiellement interchangeables et pour une masse au repos (γ dans ce cas étant égal à 1) nous pouvons extraire une quantité d'énergie donnée par l'équation :

$$\mathbf{E = mc^2}$$

Ainsi, tout ce qui a une masse, même parfaitement immobile, dispose potentiellement d'une énergie potentielle donnée par l'équation d'Einstein.
On a même le droit d'imaginer le scénario extrême, où la totalité d'une masse puisse être convertie en énergie pure.
Mais nous verrons qu'en pratique, le gigantisme du facteur de conversion « $c^2 = (9*10^{16} m/s)$ », entraîne des problèmes qui ne sont pas près d'être résolus.

Cette découverte est le résultat du fait que la masse, l'énergie et la quantité de mouvement doivent être combinés en un seul objet dans l'espace-temps, qu'on désigne en physique sous le nom de « quadrivecteur énergie-impulsion ». L'énergie et la quantité de mouvement ne sont que les deux facettes du même objet.
Au sens fondamental, si l'univers existe, c'est parce que la nature exploite la possibilité de transformer la masse en énergie et réciproquement, faute de quoi nous ne serions pas là pour en parler.

Maintenant tentons de découvrir une autre interprétation de « c ».
Nous allons utiliser une caractéristique bizarre et bien cachée de l'équation masse-énergie.
L'énergie d'un objet, qui est la composante dans la direction du temps du vecteur énergie-impulsion (multiplié par c), est = à γmc^2 et l'impulsion, la composante dans la direction espace du quadivecteur = γmv.
Que se passe-t-il pour un objet de masse nulle ? A priori cela implique une énergie et une impulsion nulle et l'objet ne pourrait avoir d'effet sur quoique ce soit.

Mais, une subtilité mathématique qui réside dans $\gamma = 1/\sqrt{1-v^2/c^2}$, montre qu'il n'en est pas ainsi.

Si l'objet se déplace à la vitesse c, on voit que γ devient infini, parce qu'il faut diviser 1 par zéro.
Puisque la masse est nulle dans les expressions γmc^2 et γmv, nous avons l'infini multiplié par zéro ; ce qui est mathématiquement indéfini, et ne peut être accepté comme tel.
On ne peut donc pas en déduire que l'énergie et l'impulsion sont nécessairement nulles pour des objets sans masse.

Toutefois, on peut aussi se demander ce que devient le rapport entre l'énergie et l'impulsion.
Diviser γmc^2 par γmv donne $E/p = c^2 / v$, et puisque l'objet se déplace à la vitesse c, cela nous donne L'équation $E = cp$, cette fois mathématiquement acceptable.

On peut donc conclure que l'énergie et l'impulsion peuvent être différentes de zéro, même pour un objet de masse nulle, si cet objet se déplace à la vitesse de « c ».
La théorie d'Einstein admet donc l'existence de particules sans masse. (les photons de la lumière l'ont échappé belle)

A cet égard, pour ceux qui tentent de démontrer que les photons ont une masse, il suffirait en cas de succès, de stipuler que la vitesse des particules de masse nulle est une constante « c » qui n'est pas forcément liée à la vitesse de la lumière.

Pour conclure ce chapitre et fixer les idées, donnons un exemple pratique.
Imaginons une ville de 100.000 habitants dont le besoin en énergie électrique est de 100 mégawatts.
Quelle conversion masse/énergie faudrait-il pour allumer une ampoule de 100w, soit 100 joules/ seconde ?
Appliquons la formule $E = mc^2$ soit $m = E/c^2$ avec $E = 100$, $c = 300.000.000$ m/s,
Nous obtenons 0,000.000.000.001g de matière soit un millionième de millionième de gramme.
Pour alimenter notre ville de 100.000 habitants (100Mw) il suffirait de convertir en énergie un millionième de gramme par seconde, donc 3kg suffirait pour un siècle !

Cela montre que, comparativement, le rendement de nos centrales nucléaires, est ridicule.
Rassurez-vous, heureusement, le soleil n'est pas bien meilleur. En brûlant ses 600 million de tonnes d'hydrogène par seconde pour les convertir en hélium, il perd quatre million de tonnes par seconde en énergie, et ce sont ces 4 mégatonnes/s qui nous chauffe et nous éclairent.

La masse n'est plus la quantité de matière d'un corps ?

Nous avons vu que l'équation d'Einstein montre que la masse, plutôt qu'une quantité de matière, est une mesure de l'énergie latente emmagasinée dans la matière.
Nous avons vu aussi, que si nous pouvions la libérer, nous aurions une source phénoménale d'énergie à disposition.
Nous savons également, que la conservation de l'énergie exige que l'énergie initiale soit égale à l'énergie finale.
Mais qu'en est-il de la masse ?
Si on chauffe une enceinte contenant un gaz, l'augmentation de température du gaz mesure en fait la vitesse d'agitation des molécules de ce gaz. Ces molécules chauffées acquièrent de l'énergie cinétique d'autant plus grande que le gaz est chaud et la masse du gaz chauffé est plus grande que la masse de la même quantité de gaz quand il est froid. Pourquoi ?
Parce que la règle de conservation est respectée.
A l'état initial la masse du gaz possède une énergie latente égale à mc^2.
A l'état final on se retrouve avec une énergie de mouvement $mc^2 + \frac{1}{2} mv^2$. Même si $\frac{1}{2} mv^2$ est presque négligeable par rapport à mc^2 . En vertu du principe d'équivalence, la masse du gaz froid est forcément un peu plus petite.

Les physiciens polis comme Thibault Damour, ne disent pas que la loi de Lavoisier (rien ne se perd, rien ne se crée, tout se transforme) est fausse ; ils disent qu'elle a été « transcendée » par Einstein.

On voit bien là que masse et quantité de matière sont des choses différentes.

Autre exemple : Que se passe-t-il dans un accélérateur de particules quand un électron rencontre un positon ? Pas toujours, mais suffisamment souvent pour que ce soit observé, ils disparaissent.
En fait ils s'annihilent et à la place on obtient deux photons de lumière qui partent à la même vitesse dans des directions opposées. Deux particules possédant une masse non nulle ont disparu au profit de deux particules sans masse. Qu'est devenu la masse de l'électron et du positon ? : Même réponse que ci-dessus ; on a perdu de la masse mais on a gagné l'équivalent en énergie.

Encore un autre exemple de la vie courante qui confirme la non conservation de la masse, (même si le phénomène a une amplitude infime)
Si on avait les moyens techniques de peser, avec une très grande précision, le combustible d'un poêle à bois avant la combustion et après, on verrait que le poids total des cendres et du gaz libéré, est inférieur au poids du bois initial.
Mais de combien ?
Réponse : Le défaut de masse serait égal à la quantité d'énergie libérée, divisée par c². Soit $m = E / c^2$ (approximation largement suffisante).
Si le poêle a une puissance de 1 kw durant 8 h, soit une énergie de 1000 w * 28.800 s ce qui donne 28.800.000 joules, on obtient $0.96 * 10^{-6}$ g, c'est à dire moins d'un millionième de gramme. Initialement le combustible disposait d'une certaine énergie de masse ; après la combustion, il faut rajouter à l'énergie de masse de la cendre, l'énergie dégagée pour retrouver la valeur de l'énergie initiale.

La physique d'avant Einstein aurait dit que le bois possède une énergie latente stockée dans le bois, la combustion chimique ne faisant que libérer cette énergie. La vision post-einsteinienne n'est pas en désaccord avec ce point de vue, mais elle le complète.
Le bois s'enflamme par suite d'une réaction chimique initiée par une allumette, et qui a pour effet de réarranger ses molécules. Des liaisons sautent, d'autres se forment, les atomes se recombinent en formant de nouvelles molécules, de l'énergie est libérée et la masse diminue.

L'énergie chimique a son origine dans la structure des atomes. L'exemple le plus simple est l'atome d'hydrogène constitué d'un proton et d'un électron (${}_1H^1$). La physique quantique permet de calculer séparément la masse d'un électron et celle d'un proton et la masse de l'atome reconstitué. La masse de l'atome est légèrement plus petite que celle de ces deux constituants additionnés ; cette différence est de $2 * 10^{-34}$ kg. En terme de masse cette différence est négligeable, (on dirait presque ridicule).
En terme d'énergie la conséquence est colossale. (Souvenez-vous du coefficient de conversion $9*10^{16}$).
En fait, tous les phénomènes de l'univers peuvent être décrits en termes d'échanges masse-énergie et ces acquisitions ou diminutions de masse qui peuvent nous paraître fastidieuses quand il s'agit d'un poêle à bois, sont fondamentales au cœur des phénomènes de la physique des particules.

Les échanges masse-énergie au niveau atomique :

Pour éviter ces ribambelles de zéro, source d'erreurs, et disposer d'unités pratiques, les physiciens expriment l'énergie-masse en électronvolt eV.
Un électronvolt est l'énergie acquise par un électron quand on l'accélère sous une différence de potentiel de 1 volt.
Cette énergie correspond à une masse quand on la divise par c². Dans ce langage mieux adapté, la différence entre la masse de l'atome d'hydrogène et celle de la somme des masses de l'électron et du proton est de :13.6 eV/c².

Nous allons raisonner avec l'atome le plus simple : l'atome d'hydrogène (symbole ${}_1H^1$) qui ne possède qu'un proton et un électron périphérique.

Souvenons-nous que la masse de l'atome d'hydrogène est plus petite que la somme de ces deux composants.
Cela signifie qu'il faut fournir de l'énergie pour décomposer l'atome. Il s'agit de l'énergie de liaison.
L'atome d'hydrogène a plusieurs niveaux d'énergie de liaison. Dans son niveau d'énergie le plus bas, son énergie de liaison est de 13.6 eV, dans son premier niveau excité, son énergie de liaison est de 10.2 eV, et il n'existe pas de niveau intermédiaire.

La physique quantique tire son nom justement du fait que les niveaux d'énergie des atomes (et les masses correspondantes) ne prennent que des valeurs discrètes qui ne varient pas de manière continue ; les changements de niveaux d'énergie se font seulement par « sauts quantiques ».

Les différentes masses correspondent aux différents niveaux d'énergie (On dit : aux différentes orbites des électrons autour du noyau) mais cette façon de s'exprimer n'est qu'une convention pratique. Grossièrement, on peut dire que l'atome de masse la plus faible est celui où l'électron est le plus proche du noyau, ensuite la masse augmente en fonction des sauts quantiques d'orbite en orbite.

L'atome d'hydrogène où l'électron est le plus proche du proton est dit dans son état fondamental. Dans cet état sa masse est minimale, et si on lui fournit exactement la quantité d'énergie appropriée, son électron va sauter sur l'orbite suivante et la masse de l'atome augmentera.

Un atome d'hydrogène de masse élevée (état excité) peut devenir plus léger si son électron change d'orbite pour une orbite plus basse. L'excès d'énergie est emporté par un photon. A l'inverse si on envoie un photon sur un atome, l'atome augmente de masse, car l'énergie absorbée place l'électron sur une orbite supérieure. (Rappelons que la notion d'orbite n'est qu'une convention).

La façon la plus courante de communiquer de l'énergie aux atomes est de les chauffer. Cela fait sauter les électrons sur une orbite plus élevée, d'où ils pourront redescendre à nouveau, en émettant des photons. (C'est exactement ce qui se passe dans un lampadaire d'éclairage public à vapeur de sodium). Ces photons possèdent une énergie exactement égale à la différence d'énergie entre les orbites.

Ce processus d'échange énergie-masse est bien entendu valable pour une molécule, dont la masse est également, (vous pouvez vous en douter), plus faible que la somme des masses des atomes qui la compose. Cette énergie de liaison, dans les deux cas, provient de la force électromagnétique.

Quant aux protons et aux neutrons qui constituent le noyau de l'atome, les principes énoncés ci-dessus, sont les mêmes, mais l'énergie de cohésion est fournie par la force nucléaire forte.
Tout le monde connaît l'énergie fantastique que libère la fission nucléaire.

Il est très difficile de rapprocher deux protons du fait de la répulsion coulombienne (ils ont tous les deux une charge positive). Quand on y arrive, (on ne décrira pas le procédé), il se passe quelques fois quelque chose de remarquable : Un des protons se transforme en neutron et la charge positive qu'il perd (puisqu'un neutron n'a pas de charge), donne une particule nommée positon (particule qui a la même masse et la même charge que l'électron, mais positive). Simultanément une particule nommée neutrino est émise.
Ce processus de transformation de proton en neutron (ou son inverse avec un neutron et un neutrino donnant un proton avec émission d'un électron) est appelée la radioactivité ß

Contrairement à deux protons qui subissent la répulsion coulombienne, un proton et un neutron peuvent se lier sous l'action de la force nucléaire forte pour donner un deuton.

Chaque proton a une masse de 938.3 MeV (M pour méga), la somme des deux = 1876.6 MeV.
La masse du deuton reconstitué est de 1875.6 MeV, soit une différence de 1 MeV.

Comment se répartit cette différence ? Une moitié correspond à la masse du positon, l'autre moitié est emportée par le positon et le neutrino sous forme d'énergie cinétique (La masse du neutrino étant pratiquement nulle).
Ainsi 0.025% de la masse totale est détruite et convertie en énergie cinétique du positon et du neutrino.
Fabriquer un deuton de cette manière est une façon de libérer de l'énergie prise à la force nucléaire forte et de réaliser une fusion nucléaire. Terme qui est utilisé pour décrire tout processus qui libère de l'énergie à la suite de l'union de deux ou plusieurs noyaux.
Si on compare l'énergie libérée dans une réaction chimique sous l'effet de la force électromagnétique, l'énergie libérée ayant pour source la force nucléaire forte, est de 100.000 à 1.000.000 fois plus importante.

Ce processus de fabrication de deutons par fusion n'est pas anodin, car il est à l'origine de la création des étoiles. Cela explique aussi pourquoi, quand vous étendez la main, à chaque seconde, 100 milliards de neutrinos traversent l'ongle de votre pouce.