QU'EST-CE QUE LA FORCE DE GRAVITATION ?
RELATIVITE GENERALE

Quelle est cette force mystérieuse qui permet aux astres de l'Univers d'être ce qu'ils sont ? Qui autorise leurs déplacements relatifs en parfait en accord avec des lois mathématiques étrangement accessibles aux humains ?
Quelle est cette fabuleuse énergie qui « agglutine » les débris stellaires pour en faire des objets célestes (ou des monstres avides de matière) et accessoirement, nous coller au sol ?

Depuis Isaac Newton 1643 - 1727 et sa « **théorie de la gravitation universelle** », il semblait bien que ce « mystère de la Nature » ait été définitivement résolu.
On ne peut d'ailleurs pas dire que la « théorie de la gravitation universelle » de Newton ait été véritablement remplacée par une autre, car ses effets sont vérifiables tous les jours.

Mais, quelque chose que Newton ne pouvait savoir, se révélera impropre à accepter cette théorie telle quelle : L'instantanéité de l'application de cette mystérieuse force.
Einstein avec sa « **théorie de la relativité générale** » va résoudre ce problème et « transcender » cette « théorie de la gravitation universelle » de Newton, en montrant que ce phénomène se révèle être bien autre chose que les effets d'une force (aussi mystérieuse soit-elle).

Einstein va démontrer cette chose incroyable :
La gravitation n'est rien d'autre que la conséquence des effets de la courbure de l'espace-temps, la réelle géométrie de l'Univers.

Souvenons-nous que sans gravitation rien n'existerait; l'Univers ne serait qu'une gigantesque bouillie de particules…et que nous ne serions pas là pour en parler.

La théorie de la relativité générale n'est autre que l'extension (ou plutôt la généralisation) de la théorie de la relativité restreinte. Ainsi, les explications qui vont suivre peuvent être considérées comme la suite logique des conclusions du mémoire « Pourquoi $E=MC^2$ », où nous avons pu constater la fusion de l'espace et du temps ainsi que celle de la masse et de l'énergie.

Dans ce qui suit, je vais tenter de montrer que le génie d'Einstein a réussi à établir qu'une réunion de ces quatre éléments de base (temps-espace-masse-énergie) s'imposait scientifiquement.

DEFORMATION DE L'ESPACE-TEMPS – TENTATIVE D'APPROCHE DE LA THEORIE DE LA RELATIVITE GENERALE :

Les notions de « Relativité Restreinte » résumées dans le mémoire « Pourquoi $E = MC^2$ », en dehors de la fabuleuse révélation de l'équivalence entre masse et énergie, nous a montré:
- Qu'il fallait abandonner la notion de mouvement et d' espace absolus
- Que le temps se révèle être élastique et que nous pouvons en calculer les variations en fonction de la vitesse.
- Que les dimensions d'un objet peuvent se rétrécir dans les mêmes proportions
- Que la vitesse des ondes électromagnétiques et donc de la lumière est une constante universelle invariante conformément aux équations de Maxwell, postulat vérifiant du coup la « base de la théorie de la relativité restreinte»
- Que les équations du réel doivent être capables de fournir une description qui ne mettent en jeu que des quantités invariantes, condition nécessaire et suffisante pour que nos mesures soient indépendantes de notre position ou de notre mouvement dans l'univers.
- Que la réalité de l'espace se révèle sous une forme quadridimensionnelle (l'espace-temps de Minkowski) et non tridimensionnelle.

Mais nous avons aussi constaté que des expériences de pensée comme le « paradoxe des jumeaux de Paul Langevin » montraient que la Relativité Restreinte ne s'applique que dans des référentiels inertiels (ou Galiléens) (mouvements uniformes non-accélérés), et non pour les phases d'accélération et de décélération où il faut faire intervenir la notion de masse et donc de gravité (référentiels non-galiléens).

Ceci a conduit Einstein, 10 ans après la publication relativité restreinte, à éditer une nouvelle théorie, plus complète, et où l'espace-temps de Minkowski n'est plus plat mais courbe et flexible.

L'élaboration de cette théorie fut un long travail de 10 ans accompli avec l'aide précieuse d'un mathématicien hongrois, ami d'Einstein, du nom de Marcel Grossman.
Einstein publie donc en 1915, une théorie qui ne fut d'ailleurs pas particulièrement bien accueillie, parce qu' affublée d'un formalisme mathématique très compliqué (lequel sera par la suite « éclairci » en 1917 par la contribution d'un physicien allemand du nom de karl Schwarzschild)

Einstein se pose donc la question de la généralisation du principe de relativité restreinte à des systèmes accélérés . Pour ce faire, il dispose d'un tremplin « le principe d'équivalence » qui dit que l'on ne peut faire de différence entre un « champ de gravitation uniforme » et un « système uniformément accéléré »

Principe d'équivalence faible (ou Newtonien)

Image : Si vous voulez soulever un éléphant ou le pousser sur un sol parfaitement huilé, en dépit des apparences, vous êtes confronté à deux phénomènes totalement différents , ce qui nécessite un rappel de la définition des deux notions de masse (masse inertielle et masse grave)

Masse inertielle

La masse inertielle est à l'origine de la première et de la deuxième loi d'Isaac Newton.

En vertu de la première loi de newton, on définit l'inertie comme la tendance d'un corps à résister à toute variation de son état de mouvement. Autrement dit, un objet a tendance à rester au repos s'il est au repos, et à rester en mouvement à vitesse constante s'il est en mouvement. Si un objet subit une variation de vitesse (ou une accélération), c'est nécessairement parce qu'une force nette (ou force résultante) l'affecte.

Cependant, l'expérience quotidienne montre que tous les corps n'ont pas la même accélération pour la même force nette appliquée. En effet, il est beaucoup plus facile de déplacer un poids de 100 gr qu'un poids de 1000 Kg. Il est évident que les deux poids présentent des inerties différentes.

La deuxième loi de Newton fait donc intervenir la masse de l'objet. Elle établit que la force agissant sur une particule de masse « m » produit une accélération de même direction que la force . Puisque dans un contexte d'inertie, la masse « m » est inertielle et la deuxième loi s'écrit « $F = m_i.a$ »

La masse inertielle mesure la résistance qu'oppose le corps à toute accélération ou à toute modification de l'état de mouvement. Dans la deuxième loi, on remarque que pour une même force appliquée, plus la masse inertielle est élevée, moins l'accélération est grande. La masse inertielle tend à résister à l'accélération, donc à la diminuer. En fait, on retrouve toujours la masse inertielle dans un contexte d'accélération, et sans qu'il soit question de gravitation.

Masse gravitationnelle (ou masse grave)

La masse gravitationnelle est décrite par la loi de gravitation de Newton.

Tous les corps exercent les uns sur les autres une force apparemment mystérieuse : l'attraction universelle ou la force de gravitation. Newton établit, dans sa loi de gravitation universelle, que la force d'attraction entre deux corps est fonction de leurs masses et de la distance qui les sépare :

$$F=-Gm_gM_g/r^2$$

Où:

G est la constante universelle de gravitation = $6,674\times10^{-11}$ $m^3.kg^{-1}.s^{-2}$

m_g la masse grave de l'un des objets (par exemple la Lune)

M_g la masse grave de l'autre objet (par exemple la Terre)

r la distance entre les deux objets

En prenant l'exemple d'un objet à la surface de la Terre, on peut remplacer certains paramètres de la loi gravitationnelle par des constantes. Dans ce cas M_g est la masse de la Terre , r le rayon de la Terre. Et on pose : $g = -GM_g / r^2$

Cette valeur g correspond à l'intensité du champ gravitationnel terrestre (ou champ de pesanteur).

On peut donc considérer que notre objet est soumis à une « force gravitationnelle » $F= gm_g$

Rapport entre la masse inertielle et la masse gravitationnelle

On considérant la deuxième loi de Newton que l'on notera $F1 = a.m_i$ et la « force » gravitationnelle que l'on notera $F2 = g.m_g$

Si F1 = F2, alors $a.m_i = gm_g$ d'où on tire $a = g(m_g / m_i)$.

L'accélération de chute libre d'un corps dépend donc du rapport m_g/m_i. Mais puisque des expériences ont déjà prouvé que tous les corps ont la même accélération en chute libre et que celle-ci correspond à g, le rapport m_g/m_i doit être 1. En effet, pour que a=g, m_g doit absolument égaler m_i. La masse inertielle et la masse gravitationnelle ont donc la même valeur. Pourtant, ces deux notions de masse sont de nature totalement différente et n'ont aucune raison, a priori, d'être identiques. Le principe d'équivalence Newtonien énonce qu'elles sont égales.

Ainsi masse inertielle et masse gravitationnelle sont équivalentes

Note : Cette égalité fût confirmée au XIX° siècle par des expériences très précises de Lorand von Eötvös, connu surtout pour son travail expérimental sur la gravitation (en particulier son étude du principe d'équivalence faible) et aussi pour ses travaux sur les variations du champ gravitationnel sur la surface terrestre dont les applications en géophysique ont fourni un remarquable outil à la prospection pétrolière.

Petite expérience de pensée : Imaginons que l'on vous enferme sur Terre dans une boîte sans communication possible avec l'extérieur; vous allez bien entendu ressentir à vos pieds $F2 = g.m_g$

Imaginons maintenant, que l'on attache à votre insu, cette boîte à une fusée dont l'accélération uniforme serait égale à g (9.81 m.s-²) cette fois, vous ressentiriez $F1 = -a.m_i$ dont la sensation serait exactement identique à $F2 = =g.m_g$.

Ainsi, vous seriez théoriquement dans l'incapacité de discerner dans quelle expérience vous vous trouvez.

Rappelons au passage que la rotation de la Terre autour du Soleil résulte de l'équilibre entre cette attraction gravitationnelle et l'inertie (force centrifuge / Coriolis), qui tend à faire suivre à la Terre une trajectoire rectiligne.

Principe d'équivalence fort (ou einsteinien)

Reprenant une conjecture d'Hendrik Lorentz de 1900, Einstein met en évidence un défaut grave dans l'équation Newtonienne $F=-Gm_gM_g/r^2$ car celle-ci ne tient pas compte de la vitesse de la lumière, dont on sait qu'elle est une constante universelle et invariante quelque soit le référentiel (voir le mémoire « pourquoi E =MC² »).

En effet, imaginons (par exemple) que l'on modifie de manière conséquente la masse du Soleil, ceci induirait des modifications de champ gravitationnel dans tout son environnement et même au-delà, et ce, instantanément (c'est à dire avec une vitesse infinie) ; ce qui, nous le savons aujourd'hui, est impossible.

Einstein va donc d'abord approfondir la signification physique du principe d'équivalence .Pour lui, l'équivalence entre masse grave et masse inerte n'est qu'une version affaiblie d'une équivalence plus forte, celle qui unit gravitation et accélération.

En plus de « l'indiscernabilité » décrite dans l'expérience de pensée évoquée plus haut, Einstein remarque que l'on peut effacer la gravité par un repère convenablement accéléré. Son exemple favori est celui d'un ascenseur dont on coupe subitement le câble, à l'intérieur duquel un observateur aurait la même sensation d'impesanteur que s'il se trouvait dans l'espace, libre de l'influence gravitationnelle de toute planète.

C'est bien là que réside l'énorme différence entre la gravitation et les autres forces de la nature, par exemple la force électrique . Il est impossible de simuler le champ électrique par une accélération, puisque tous les corps placés dans un champ électrique ne subissent pas la même accélération (car elle dépend aussi de leur charge). En d'autres termes , la gravitation n'est pas réellement une force s'exerçant entre les différents contenus matériels de l'espace-temps, elle est une propriété du contenant lui-même.

Cette intrusion éclatante de la gravitation dans la structure intime de l'Univers s'appelle la Théorie de la Relativité Générale.

Einstein s'appuiera également sur une étude du physicien autrichien Ernst Mach de 1872 qui dit qu'un corps soit en rotation dans un univers immobile ou bien immobile dans un univers en rotation conduit au même résultat : l'apparition d'une force centrifuge sur le corps. En d'autres termes, le fait que les objets possèdent une masse inertielle est dû à l'influence de toutes les masses de l'Univers. Il en tira un principe, qu'il nomma « principe de Mach » et qui s 'énonce : La masse inertielle d'un corps est due à l'interaction gravitationnelle de ce corps avec toutes les autres masses de l'Univers.

La nouvelle inertie

Note : Pour la compréhension de ce qui va suivre, il est conseillé de se remettre en tête les explications des chapitres sur la « relativité restreinte » et sur « l'espace-temps de Minkowski » du mémoire « Pourquoi E = MC²)

Dans la théorie de la relativité restreinte, les référentiels inertiels sont en translation uniforme, libres de toute force ou accélération. L'espace-temps est plat, sans singularités, et cette vacuité assure la relativité des positions et des vitesses. Mais, en présence de gravitation, tous les référentiels sont accélérés. Il n'y a donc pas de référentiel universel en relativité générale. L'espace-temps se déforme, acquiert des creux et l'on peut alors spécifier les positions et les vitesses par rapport à ces creux. Tous les référentiels inertiels ou non sont bons pour décrire les lois de la nature, à condition de savoir passer correctement de l'un à l'autre.

Puisqu'un champ de gravitation uniforme peut être aboli ou simulé par une accélération, et vice versa, un corps tombant dans un tel champ est libre de toute force. Si nous ressentons la pesanteur, c'est justement parce que nous ne sommes pas libres de tomber vers le centre de la Terre. Le sol exerce une pression (nous pourrions dire une accélération) sous nos pieds qui nous en empêche.

La chute libre dans une gravitation constante est donc l'état naturel du mouvement des corps. Dans toute région de l'Univers suffisamment petite pour que la gravitation n'y varie pas beaucoup, le mouvement de chute libre est le support d'un référentiel inertiel local, dans lequel les lois de la physique prennent une forme plus simple qu'ailleurs, laquelle est décrite par la relativité restreinte. Autrement dit :Dans un champ de gravitation, il est toujours possible en tout point de l'espace de choisir un référentiel inertiel dans lequel les lois de la physique sont localement identiques à celles en absence de gravité.

La démarche d'Einstein consistera donc à étudier les phénomènes physiques dans un référentiel inertiel local pour ensuite passer à un référentiel réel accéléré(dit aussi de laboratoire).

Géométrie de l'espace-temps

La géométrie que nous avons apprise à l'école s'appelle la géométrie euclidienne à 3 dimensions. Nous savons que celle-ci fonctionne parfaitement dans la majorité de nos besoins. Mais cette géométrie répond-t-elle à tous les problèmes ?

Pas si sûr, et le doute était déjà dans les esprits au XIX° siècle lorsque l'on a voulu vérifier le cinquième postulat d' Euclide qui dit que par un point M on ne peut faire passer qu'une seule parallèle à une droite donnée D. Ce postulat n'a jamais pu être démontré.

L'échec de cette tentative de démonstration a été à l'origine des études qui ont été menées par Gauss, Lambert et d'autres sur les géométries non-euclidiennes.

Voyons quelques exemples simples:

Imaginons deux expérimentateurs, à qui l'on demande d'utiliser les instruments nécessaires pour marcher de manière rigoureusement parallèle, dans la direction du nord. Résultat : Avec la meilleure bonne volonté du monde, ils finiront quand même par se rejoindre en un point unique au pôle nord.

De même imaginons deux boules, immensément dense pour que leurs trajectoires ne soient influencées ni par le vent, ni par la consistance de la Terre. Lâchées en chute libre, leurs trajectoires sont sensées être verticales et donc parfaitement parallèles, ce qui ne les empêchera pas en bout de course de se retrouver inexorablement également en un point unique au centre du globe terrestre.

De la même manière, le chemin le plus court entre deux points sur la surface de la Terre, n'est pas une droite mais une courbe. *Les physiciens diront une « géodésique ».*

Quant au fameux triangle de notre enfance, la somme des ses angles est supérieure à 180° sur une sphère (courbure positive) et est inférieure à 180° sur une hyperboloïde (courbure négative).

Ainsi, les géométries courbes donnent lieu à des propriétés inconnues dans la géométrie euclidienne, même dans les cas les plus simples.

En 1851, le mathématicien allemand Bernhardt Riemann développa d'un point de vue purement théorique une nouvelle géométrie à courbure positive.

Ancien élève de Gauss, il développera plus tard ce que l'on appelle aujourd'hui la géométrie différentielle concrétisant les théories à courbure négative et à courbure positive .

Riemann montra en 1854 que la courbure de l'espace dans un triangle est égale la somme des angles – 180° , le tout divisé par la surface.

$$\text{Courbure de l'espace selon Riemann} = \frac{(\alpha + \beta + \gamma) - \Pi}{surface}$$

Reprenant les travaux de Riemann, Einstein établit que cette loi pouvait se généraliser à l'espace-temps en définissant la notion d'angle dans l'espace-temps.

Se basant sur cette nouvelle façon de voir la géométrie de l'univers, Einstein postule que la gravitation n'est rien d'autre que la conséquence de la courbure de l'espace-temps. Qu'il ne faut pas considérer la gravitation comme une force s'exerçant entre les différents contenus matériels de l'espace-temps, mais comme une propriété du contenant lui-même. Pour Einstein, la courbure de l'espace-temps a pour sources la masse et l'énergie; mais aussi toute autre forme d'énergie.
Ce qui le conduisit à une nouvelle expression de la courbure moyenne spatiale:

$$8\Pi.\frac{G}{c^4}.\frac{énergie}{volume} = 8\Pi.\frac{G}{c^4}.\frac{masse}{volume}$$

(G étant la constante universelle de gravitation ; c^4 étant la 4° puissance de la célérité).

Cette formule montre également qu'il est nécessaire que les masses (ou les énergies) en question soient suffisamment importantes.

Prenons un exemple :

Imaginons que vous vous placiez dans un triangle de l'espace, par ailleurs vide de toute matière. Du fait de l'apport de votre masse, vous devriez courber l'espace du dit triangle. Mais vu les coefficients numériques infimes $(8\pi G) / c^4$, et votre faible densité ($\approx 1 g/cm^3$), la courbure sera à peine d'1/ 1 milliard, soit parfaitement insignifiante.

Mais si la gravitation ne provoque que des effets imperceptibles sur les objets de la vie courante, c'est à dire qu'ils courbent l'espace-temps de manière négligeable, c'est loin d'être le cas à proximité d'un objet très dense, voire tendre vers l'infini aux abords d'un trou noir.

Les conférenciers utilisent souvent le moyen didactique qui consiste à représenter la courbure de l'espace-temps comme la franche déformation par une boule massive placée au centre d'une toile faite de tissu résille élastique, et autour de la quelle tourne une bille beaucoup plus petite.
Cet artifice, bien que trompeur, fait dire à la théorie que la bille n'est pas attirée par la boule, mais qu'elle « tombe » sur elle, selon « sa » *géodésique*, du fait de la déformation de l'espace-temps.

Autrement dit, la gravitation n'est rien d'autre que la manifestation réelle de la géométrie de l'Univers.

Ce concept, bien que parfaitement confirmé par toutes les expériences (y compris les plus récentes) n'est pas propre à satisfaire notre bon sens. A tel point que beaucoup de scientifiques de l'époque ont contesté cette théorie, simplement parce qu'elle leur paraissait trop compliquée pour être vraie.
C'est aussi pourquoi seuls des outils mathématiques spécialisés sont à même de fournir le formalisme nécessaire à l'exposé exhaustif de la théorie.

Outils mathématiques :

Le modeste niveau mathématique de ce mémoire (et de celui qui l'écrit) ne permet pas d'exposer en détail les équations très complexes de la théorie de la relativité générale. Nous nous contenterons donc de citer le principe des outils mathématiques utilisés et la raison de leur utilisation.

Les mots clés : Métrique, potentiel de métrique, tenseur, matrice

La « **métrique »** est une façon de mesurer la distance infinitésimale entre deux points voisins. De proche en proche, elle permet d'évaluer le fameux intervalle « ds » (que nous connaissons déjà) entre deux points quelconques de l'espace-temps, c'est à dire entre deux « événements ».
Comme nous l'avons vu dans le mémoire « Pourquoi E=MC² », les points de l'espace-temps sont caractérisés par quatre coordonnées (cartésiennes (t,x,y,z) ou sphériques (t,r,θ,φ)), que l'on peut noter X^α avec α= 0.1.2.3. Nous nous rappelons que la valeur « ds »entre deux événements pouvait prendre plusieurs formes :

- Pour un plan à 2 dimensions : $ds^2 = dx^2 + dy^2$ (formule de Pythagore)
- Pour l'espace-temps plat de Minkowski : $ds^2 = c^2dt^2 -(dx^2+dy^2+dz^2)$

En ce qui concerne la relativité générale, l'équation se complique de la façon suivante :

$$Ds^2 = g_{00}c^2dt^2 + g_{11}dx^2 + g_{22}dy^2 + g_{33}dz^2 + g_{44}\,dxy + g_{55}dxz + \text{etc.}$$

Les coefficients $g_{\alpha\beta}$ qui définissent entièrement les propriétés de courbure de l'espace-temps ; sont appelés « **potentiels de métrique »** ce sont des fonctions de t.x.y.z.

Dans le cas particulier de l'espace-temps de Minkowski, g_{00} = 1, g_{11} = g_{22} = g_{33} = -1, tous les autres sont nuls.
Les équations d'Einstein explicitent le couplage entre la géométrie de l'espace-temps et son contenu matériel. Elles généralisent l'équation de Poisson qui, dans la théorie newtonienne classique, relie le seul potentiel gravitationnel « Φ » (donné par une seule quantité dite scalaire) à la densité de matière (également scalaire). $\Delta\Phi = 4\pi G\rho$, (ρ étant la densité de masse).
En relativité générale, la gravitation est décrite non plus par un seul potentiel, mais par dix potentiels de métrique.
De façon très schématique, les équations d'Einstein se réduisent à l'égalité :

Géométrie = Matière, soit G = T

G et T ne sont pas de simples nombres, mais des objets mathématiques appelés « **tenseurs** », sortes de « **matrices »** à quatre lignes et quatre colonnes , contenant toute l'information sur la géométrie et la distribution de la matière.

Le tenseur « géométrie » ou tenseur d'Einstein/ Grossman :

Le membre de gauche « G » se construit à l'aide d'un autre tenseur « R » , dit « de Ricci », qui contient toutes les informations sur la courbure.
Les éléments de ce tenseur sont des combinaisons non linéaires des dérivées partielles des potentiels par rapport aux coordonnées X^α , c'est à dire : (t.x.y.z) ou (t,r, ɵ, φ) selon le système de coordonnées choisi.
On note ce tenseur $G_{\alpha\beta}$, avec α, β = 0,1,2,3 (correspondant à t.x.y.z.ou t,r, ɵ, φ)
En général $G_{\alpha\beta}$ est un tenseur symétrique, ce qui réduit le nombre de potentiels de métrique à 10 au lieu de 16.

Le tenseur « énergie-impulsion »

Le membre de droite « T » dit « tenseur d' « énergie-impulsion » contient toute l'information sur la distribution et le mouvement des différentes formes d'énergie, matière et rayonnements, dans la portion d'Univers que l'on veut étudier.
Ce tenseur caractérise la densité de matière ρ et l'impulsion (appelée aussi « quantité de mouvement » voire mémoire « Pourquoi E=MC² ») Il est noté $T_{\alpha\beta}$ avec X^α = (t.x.y.z) etc.

L'expression complète de l'équation d'Einstein a pour forme :

$$R_{\alpha\beta =}\ 1/2g_{\ \alpha\beta}\ R_{=}\xi\, T_{\alpha\beta}$$

Avec : $R_{\alpha\beta}$ = le tenseur de Ricci, R = la courbure scalaire, $T_{\alpha\beta}$ le tenseur énergie-impulsion, $\xi = 8\pi G / c^4$

Cette égalité tensorielle correspond en fait à 10 équations différentielles aux dérivées partielles non-linéaires , mais comme souvent seuls certains termes ne sont pas nuls, le calcul peut se réduire à seulement 4 ou 6 équations.

Naissance (et mort provisoire) de la constante cosmologique :

Einstein qui croyait dur comme fer à un univers statique (ni en expansion ni en récession), a été contraint pour tenir compte de ce postulat, d'introduire dans sa formule une constante cosmologique « λ », qui transforme l'équation en $R_{\alpha\beta =}\ 1/2g_{\ \alpha\beta}\ R - g_{\alpha\beta}\,\lambda.= \xi\, T_{\alpha\beta}$

Cette modification se révéla en fait vite contre-productive , mais surtout , 10 ans plus tard, Edwin Hubble démontra que l'univers n'était pas statique, ce qui condamnait irrémédiablement cette constante cosmologique à être jetée aux oubliettes….
Sauf que très récemment , les progrès techniques astronomiques semblent vouloir mettre en évidence que l'utilisation de cette constante pourrait expliquer l'origine de l'énergie sombre.

La métrique de Schwarzschild :

Cette métrique se révèle particulièrement intéressante car elle étudie la métrique d'un espace vide (ou quasiment vide) autour d'un corps céleste comme la Terre ou le Soleil. C'est une métrique qui décrit l'espace-temps courbe à symétrie sphérique.

Cette métrique a pour expression :

$$ds^2 = \left(1 - \frac{2GM}{c^2 r}\right) c^2 dt^2 - \left(1 - \frac{2GM}{c^2 r}\right)^{-1} dr^2 - r^2\left(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2\right)$$

Sans donner le détail de la matrice, disons simplement que nous sommes dans le cas où seulement 4 potentiels de métrique en « diagonal » ne sont pas nuls.

Preuves historiques de la validité de la théorie de la relativité générale :

En dépit des réticences, trois tests historiques ont permis de convaincre la communauté scientifique du bien-fondé de la théorie de la relativité générale.

Déviation des rayons lumineux :

Le calcul, selon la théorie de la relativité générale, de la déviation des rayons lumineux au voisinage d'objets massifs comme le soleil, fût validé par Arthur Eddington lors de l'éclipse totale de soleil du 29 mai 1919. Si les moyens de l'époque manquaient de précision et par conséquent ne permettaient pas de garantir une grande exactitude des résultats, il faut savoir que depuis la technique d'interférométrie à très longue base (VLBI) a permis de confirmer les calculs d'Einstein avec une précision de 0.2%. Notons que la découverte des quasars doubles fait qu'aujourd'hui ce test presque anecdotique s'est transformé en prodigieux instrument d' astrophysique et de cosmologie.

Précession du « périhélie » de Mercure :

Le deuxième test a trait à la variation de la position des orbites elliptiques des planètes autour du Soleil. La mécanique céleste de Newton prévoit que, du fait de la présence des autres planètes, les orbites elliptiques de chaque planète ne sont pas exactement fixes, mais avancent un peu au cours du temps, ceci, en conformité avec la dite « mécanique newtonienne ».

Seulement, l'astronome français Urbain Le Verrier découvrit en 1859, que le périhélie de Mercure (c'est à dire le point d'orbite le plus rapproché du Soleil), ne respectait pas tout à fait les équations de Newton (une trentaine de secondes d'arc de plus que les autres), par ailleurs confirmées pour toutes les autres planètes avec une précision suffisamment importante pour que l'on considère qu'il s'agissait d'une anomalie « dérangeante ».

Encouragé par le succès dû à sa prévision de l'existence de Neptune en 1846 à partir des perturbations de l'orbite d'Uranus, Le Verrier en avait conclu qu'il devait s'agir d'une planète inconnue plus près du Soleil que Mercure, qu'il baptisa aussitôt Vulcain.

Sauf que Vulcain n'a jamais été découvert et que le mystère resta entier jusqu'en 1916 où la relativité générale d' Einstein en donna une explication cohérente (pour Mercure comme pour les autres planètes).

Celles-ci ne sont pas attirées par un force d'attraction mystérieuse émanant du Soleil, mais se déplacent librement dans l'espace-temps incurvé par la masse de notre étoile. Leurs trajectoires sont des géodésiques et les géodésiques d'un espace-temps courbé par la masse solaire ne sont plus exactement des ellipses ou des hyperboles ; leur axe avance peu à peu au cours du temps, d'une manière justement égale à celle observée .

Cet effet de précession finalement modeste en ce qui concerne le Soleil, a été constaté d'une manière beaucoup plus probante pour des corps célestes très denses comme le pulsar binaire PSR 1913+16, et ce en conformité avec les équations d'Einstein.

Décalage gravitationnel vers le rouge :

Le troisième test proposé par Einstein traduit le ralentissement apparent de la lumière dans un champ gravitationnel. La diminution de la fréquence d'un rayonnement électromagnétique équivaut à une augmentation de sa longueur d'onde, un « rougissement » de son spectre (le rouge correspondant à la plus grande longueur d'onde du spectre visible).

L'origine du décalage gravitationnel vers le rouge n' est en fait qu'une version de la dilatation du temps dans un champ gravitationnel (donc de la période du signal lumineux) prédite par la Relativité Générale. Déjà, la relativité restreinte démontre que les mouvements relatifs ralentissent les horloges (voir le mémoire « pourquoi $E=MC^2$ »)

Avec la relativité générale, le temps acquiert une élasticité supplémentaire ; par la vertu du principe d'équivalence, on en conclut que la gravitation ralentit également les horloges ; celles du rez-de-chaussée battent plus lentement que celles des étages (même si la différence est infime).

Notons que l'on explique également le décalage vers le rouge par la loi de Hubble de 1929, laquelle est basée sur l'éloignement apparent des galaxies les unes par rapport aux autres. Ce qui, en fait, n'est que la manifestation de la dilatation de l'espace, fondement de la théorie du big-bang, mais cela, c'est une autre histoire.

<u>Démonstration de la théorie par les tests récents :</u>

Ce n'est qu'après la mort d'Einstein que l'on a su construire des horloges suffisamment précises pour mesurer l'élasticité du temps dans un champ de gravitation aussi faible que celui de la Terre.

En 1960, Robert Pound et Glen Rebka, de l'université d'Harvard, ont détecté avec une précision du millième le décalage en fréquence de rayons gamma (radiation électromagnétique de très haute énergie) voyageant de haut en bas d'une hauteur de 23 m. Alors que pour observer la déviation des rayons lumineux passant près du Soleil, il faut attendre une éclipse, et que pour s'apercevoir que Mercure avance trop vite il faut accumuler pendant un siècle les observations de son mouvement, il s'agissait là d'une mesure de laboratoire, donc renouvelable et vérifiable à volonté.

En 1971, l'US Naval Observatory fait embarqué des horloges au césium extrêmement précises à bord de deux avions, l'un volant vers l'ouest et l'autre volant vers l'est. Au retour les horloges ont été comparées à des horloges strictement identiques restées au sol. Dans cette expérience, deux effets entraient en jeu : un effet de relativité restreinte dû au déplacement des avions, et un effet de relativité générale dû à la faible pesanteur en altitude. L'horloge qui avait voyagé vers l'ouest avançait de 273 milliardièmes de seconde, celle qui avait voyagé vers l'est retardait de 59 milliardièmes de seconde, <u>en parfait accord avec les calculs relativistes</u>.

D'autres expériences ont été réalisées avec du matériel encore plus précis, comme des horloges atomiques à l'hydrogène en 1976, confirmant de manière de plus en plus évidente les calculs relativistes.

Un autre test de l'effet du champ gravitationnel solaire sur l'élasticité du temps a été mis au point en 1964 par le physicien américain Irwin Shapiro. Un radar envoie une onde radio sur une cible planétaire (ou autre) située de l'autre côté du Soleil ; l'onde radio réfléchie retourne sur Terre où on mesure le temps du trajet. L'onde en question « frôle » donc deux fois la surface du Soleil. La trajectoire courbée par la gravitation solaire cause un écart par rapport au temps de propagation de l'onde en espace-temps vide et plat. Cette expérience a été réalisée en 1968 avec comme cible Vénus, ou avec comme cible les sondes Viking envoyées sur Mars en 1976, ou encore en juin 2002, avec la sonde « Cassini », envoyée vers le système de Saturne, en frôlant le bord du disque solaire, cette dernière vérifiant la prévision relativiste au 1/40000 près.

D’autres expériences encore plus récentes basées sur le « gravitomagnétisme » dont les résultats on été publiés en 2009 ont montré un excellent accord avec les prévisions relativistes .

L’application la plus connue : le GPS :

Le “Global Posisioning System” est un système mis en place depuis 1992 par le ministère de la Défense des Etats unis pour permettre de se localiser sur Terre avec une très grande précision. il et constitué d’un réseau de 24 satellites en orbite à 20 000 km d’altitude, équipés d’horloges atomiques et offrant une couverture totale de la surface de la Terre : à tout moment et en tout lieu, au moins six satellites sont à portée radio du récepteur. Le repérage – fondé sur le simple fait que la distance est égale au temps écoulé multiplié par la vitesse de la lumière – se fait en calculant le temps de propagation des signaux radio entre les satellites et le récepteur. Ce dernier capte ce signal, multiplie ensuite le temps écoulé par la vitesse de la lumière de façon à déterminer la distance au satellite. En comparant les valeurs obtenues à partir des satellites, dont les positions sont connues, le récepteur fait le point sur sa propre position, par triangulation (ou plutôt trilatération).

Pour que le système fonctionne correctement, il faut donc que les mesures du temps mis par les signaux soient ultra-précises. Une erreur de 1/1000 ° de seconde impliquerait une erreur de 300 km. De plus, une haute précision ne serait pas possible si l’on ne tenait pas compte des équations de la « relativité » et les effets de distorsion temporelle qui en découlent. La méthode doit tenir compte aussi bien de la gravité (relativité générale) que du mouvement relatif (relativité restreinte), les deux facteurs de distorsion temporelle identifiés par Einstein.

En ce qui concerne la gravité, une horloge embarquée sur un satellite orbitant à 20 000 km d’altitude bat plus vite qu’une horloge restée au sol parce qu’elle est plus éloignée du centre de gravité de la Terre. La différence est de quelques millionièmes de seconde par jour.

Pour ce qui est du mouvement relatif, la rotation du satellite (environ deux fois plus rapide que la rotation de la Terre), fait retarder l’horloge du satellite par rapport à une horloge au sol, ce qui entraînerait une erreur d’environ 12 km par jour.

En tenant compte de ces deux corrections relativistes, le GPS permet de situer une position à environ 2.5m (applications civiles). Des systèmes plus spécifiques comme le DGPS destinés à des applications particulières corrigent la position obtenue par GPS standard par les données envoyées par une station terrestre de référence localisée très précisément, afin d’atteindre une précision pouvant aller jusqu’à quelques millimètres.

D u « rayon de Schwarzschild » aux trous noirs :

Nous avons déjà évoqué la géométrie d’espace-temps de Karl Schwarzschild, dont nous avons vu la métrique. Son intérêt est double. D’une part, elle décrit remarquablement bien le champ gravitationnel régnant dans le système solaire, répondant ainsi parfaitement aux tests historiques. D’autre part elle présente l’intérêt de ne pas dépendre de la nature de l’astre qui l’engendre. Elle ne dépend que d’une seule grandeur : la masse. Le champ gravitationnel extérieur de Soleil et celui d’une étoile à neutrons sont identiques, pourvu que la masse soit la même.

Mais une singularité de cette géométrie allait déclencher une cascade de recherches contradictoires, mais du coup, avoir un impact considérable sur notre compréhension de l’Univers. En effet, pour chaque étoile de masse donnée, la géométrie d’espace-temps de Karl Schwarzschild prévoit qu’il existe une circonférence critique dont le rayon, nommé **« rayon de Schwarzschild »**, est donné par $R_s = 2GM/c^2$ où M est la masse de l’astre central. On remarquera au passage que le rapport (qui est une constante) G/c^2 a une valeur infime ($6.7.10^{-11}/ 9.10^{10}$) .

Schwarzschild démontre que plus le rayon de l’étoile est proche du rayon critique, plus grande est la distorsion de l’espace-temps alentour.

Si l’effet est négligeable pour notre Soleil, dont le rayon de Schwarzschild n’est que de 3 km comparé à son rayon propre de 700.000 km, il n’en est pas de même pour une étoile en contraction dont le rayon atteindrait la valeur critique de Schwarzschild. Dans ce cas la distorsion serait telle, que le temps n'existerait plus et que la longueur d'onde de la lumière qui tenterait d'échapper à l'étoile serait « étirée » à l'infini rendant l'étoile invisible.

Cette singularité fut l'origine des insomnies de « relativistes » de renom comme Jean Becquerel, Henri Brillouin, Elie Cartan, Jacques Hadamard et Paul Langevin qui ne parvinrent pas à résoudre le problème mathématique posé par ce fameux rayon critique.

En fait, en effectuant un changement de système de coordonnées, certains comme Paul Painlevé ou Arthur Eddington s'approchèrent de la solution, malheureusement sans en tirer les conséquences.

Un homme, un seul, par ailleurs co-découvreur avec Alexandre Friedman de l'expansion de l'Univers, fut capable de déchiffrer véritablement cette énigme. Il s'agit du Chanoine belge Georges Lemaître. Il en décrivit les solutions dans un article de 1932 paru dans une revue belge sur l'Univers en expansion. Mais voyant trop loin, trop tôt, son argumentation perdue dans un long article au contexte cosmologique plus général, passa inaperçue. Le modèle de Lemaître sera repris par un physicien américain Richard Tolman en 1934, lequel en récupéra injustement la paternité.

Finalement, en 1958, un mathématicien américain du nom de David Finkelstein, ignorant le travail de Lemaître, démontra que cette singularité n'était qu'un artefact mathématique découlant d'un mauvais choix de système de coordonnées.

Lemaître compris à la fois le caractère factice de la singularité de Schwarzschild et l'inévitabilité de l'effondrement gravitationnel vers un volume nul une fois le rayon critique franchi. Son modèle servira de base au calcul de l'effondrement gravitationnel effectué en 1939 par Oppenheimer et Hartland Snyder et, à ce titre, constitue l'une des étapes majeures, bien qu'oubliée, vers la compréhension correcte des **trous noirs.**