

Les relativités de Galilée à Einstein et pourquoi $E = mc^2$

Commentaires des diapos

1 – 2 PREAMBULE

3 SOMMAIRE

4 IMAGE DU CIEL

Contemplation d'un ciel étoilé dans les conditions (rares) de la diapo. Un bon moyen de relativiser son existence.

PREMIERE RELATIVITE

LA RELATIVITE DES GRANDS NOMBRES

A partir de combien un nombre est-il grand ?

Compter 1.2.3...jusqu'à 1 milliard à raison d'un nombre par seconde ;
(pour compter 999 999 999 il faut 4.5 s)
Combien de temps faut-il ?

Il vous faudra 31 ans et 8 mois.

Relativiser les nombres qui vont suivre.

5 DERNIER RECENSEMENT DE LA MATIERE BARYONIQUE

Chiffres fantastiques constituant le premier volet de ce qu'on appelle le paradoxe de Fermi (physicien italo-américain mort en 1954 à 53 ans) sur la probabilité de vie extraterrestre intelligente

Sauf que à la diapo suivante on voit que cette faramineuse quantité de matière NE REPRESENTE QUE 0.5 % de l'univers.

6 ET CE N'EST PAS TOUT

L'essentiel de la matière se trouve sous la forme d'une « matière noire » qui n'est connue qu'indirectement, par ses effets gravitationnels sur la matière lumineuse (la seule visible). Mais l'essentiel de la densité

d'énergie est aujourd'hui sous la forme d'une énigmatique « énergie noire » dont on ne sait rien, sinon qu'elle accélère l'expansion de l'univers, ce que ni la matière baryonique ni la matière noire ne peuvent faire.

Ces chiffres sont issus de missions scientifiques comme VIPERS (Vimos Public Extragalactic Redshift Survey) en utilisant des stations spatiales ou terrestres comme Herschel ou le VLT

Quelques exemples d'instruments spatiaux ou terrestres

7 LE TELESCOPE SPATIAL HERSCHEL

Lancé par l'agence spatiale européenne, l'ESA

8 LE VERY LARGE TELESCOPE VLT

Le VLT est l'équipement phare de l'astronomie européenne. Il s'agit de l'installation observant dans le visible la plus moderne au monde. Le VLT se compose de quatre Télescopes Unitaires ayant des miroirs primaires de 8,2 mètres de diamètre et quatre Télescopes Auxiliaires, mobiles, de 1,8 mètre. Tous ces télescopes peuvent fonctionner ensemble pour former un « interféromètre » géant

9 LE TELESCOPE SPATIAL HUBLE

On attribue à Edwin Hubble (astrophysicien américain 1889-1953) la théorie de l'expansion de l'Univers en oubliant le physicien russe Alexandre Friedman (1888-1925) qui en parle dans un article en 1922 et le chanoine belge Georges Lemaître (1894-1966) qui aussi en parle dans un article de 1927, articles qui démontraient que l'Univers devait être en expansion et non statique comme s'obstinait à le croire Einstein.

10 LE LABORATOIRE SPATIAL PLANCK

Du nom du physicien Max Planck (1858-1947) grand-père de la physique quantique. Lancé en 2009 par Ariane 5 avec le télescope spatial Herschel,. Développé par l'ESA avec une participation de la NASA. La mission du satellite est de cartographier les infimes variations de température (ou d'intensité) du fond diffus cosmologique, (rayonnement fossile) montrant l'Univers tel qu'il était 380 000 ans après le Big Bang.

Les informations recueillies par Planck en 2013 a donné du grain à moudre à des dizaines de spécialistes.

11 LE FOND DIFFUS COSMOLOGIQUE

Photographié par le satellite COBE en 1992, puis par le satellite WMAP en 2003, l'image fournie par Planck beaucoup plus précise a donné au monde entier une mine d'informations sur le fond diffus cosmologique appelé aussi rayonnement fossile, par ses découvreurs Penzias et Wilson en 1965

Avec cette dernière image réalisée par Planck en 2013, on apprend notamment que cette première lumière date d'environ 380.000 ans après le big-bang. L'univers est donc plus vieux de 100 millions d'années que ce que l'on pensait, à savoir 13.82 milliards d'années contre 13.73 auparavant.

12 LA SONDE SPATIALE KEPLER

La sonde Kepler a permis en particulier de découvrir à une distance de 2000 années-lumière, une étoile baptisée Kepler 11, entourée de 6 planètes, dont les caractéristiques sont particulièrement proches de celle du système solaire.

Proche d'une étoile dégageant une chaleur comparable à celle de notre soleil, à 900 années-lumière, la sonde a détecté une planète baptisée K 22 b située dans la zone habitable de l'étoile. D'après la NASA, si l'effet de serre a fonctionné de la même manière que sur Terre, la température au sol pourrait y être de l'ordre de 20°C.

Johannes Kepler 1571-1630, reprenant l'hypothèse héliocentrique de Copernic, établit les relations mathématiques qui régissent les mouvements des planètes

Ne pas oublier que Copernic, puis Kepler furent à l'origine des lois qui serviront de base à Newton pour établir sa théorie de la gravitation universelle.

13 AU FAIT, QUE « VOIENT » CES INSTRUMENTS ?

Des ondes électromagnétiques sous diverses formes.

La diapo représente le spectre des ondes électromagnétiques mises en évidence au 19^e siècle par Faraday et formalisées par Maxwell dans 4 célèbres équations au cœur desquelles se cachait une particularité qui allait révolutionner la physique.

La lumière visible par les humains, (voir le grossissement)

ne représente qu'une toute petite partie (du bleu au rouge) de ce spectre électromagnétique

Le grain de lumière qu'on appelle « photon », est en fait un quantum d'énergie associé à chaque type d'onde électromagnétique allant des rayons gamma aux ondes radio en passant par la lumière visible.

Cette énergie est proportionnelle à sa fréquence et inversement proportionnelle à sa longueur d'onde.

Par exemple les rayons gamma qui ont une fréquence de 10^{20} à 10^{24} hz sont capables de traverser pratiquement n'importe quoi.

En physique quantique on montre que le comportement de la lumière est à la fois ondulatoire et corpusculaire.

DEUXIEME RELATIVITE

14 LA MACHINE A REMONTER LE TEMPS

L'ANNEE LUMIERE

Une vitesse multipliée par un temps donne une distance.

$120 \text{ km/h} * 1 \text{ h} = 120 \text{ km. (d = v.t)}$

C'est la première et la plus simple des corrélations de l'espace-temps.

Là on met le doigt sur quelque chose de banal et pourtant très important pour la suite : On a exprimé une distance par la multiplication d'une vitesse par un temps.

L'année-lumière correspond donc à environ 10.000 milliards de km
Cette expression de distance a une conséquence troublante : Nous voyons l'objet qui se trouve à une année-lumière tel qu'il était il y a un an.

15 UA ET PARSEC

En plus de l'année lumière, Il y a d'autres unités l' UA et le parsec. L'UA est l'Unité Astronomique de base, qui est égale à la distance Terre-Soleil soit 149 597 871 kilomètres.

Le Parsec pour « parallaxe-seconde » environ 31 milliards de km.ou 3.3 années-lumière

Pour des raisons pratiques, les astronomes expriment souvent les distances des objets astronomiques en parsecs plutôt qu'en années-lumière

Le dessin montre mieux qu'un long discours la définition du parsec.

Le diamètre de notre galaxie est de 25 kparsec soit environ 75000 années-lumière.

Imaginez que vous téléphoniez à un ami qui se trouve de l'autre côté de la galaxie, le téléphone sonnera chez lui 75000 ans après et vous entendrez « allo » encore 75000 ans plus tard. Ce qui ne va pas rendre la conversation très facile.

La parallaxe, la chandelle standard et l'effet doppler sont les 3 méthodes de mesure utilisées par les astronomes.

16 L'INSTANTANE N'EXISTE PAS

Compte tenu que la vitesse de la lumière est finie, on comprend que plus on regarde loin, plus on regarde tôt dans le passé.

Sur la diapo une évaluation du décalage dans le temps en fonction des objets observés

17 LA PLUS VIEILLE PHOTO DU MONDE PRISE PAR HUBLE EN 2012

Les instruments spatiaux vus au début peuvent fournir des images d'objets célestes tels qu'ils étaient il y a plusieurs milliards d'années, alors que la Terre n'était pas encore formée, ainsi que des astres qui n'existent plus

Un photo prise il y a 13.2 milliards d'années

TROISIEME RELATIVITE

18 LA TRAHISON DU BON SENS

Chaque habitant de la Terre voit sans équivoque le Soleil et la Lune passer d'Est en Ouest d'un mouvement identique autour de la Terre.

Aujourd'hui nous savons que c'est faux, mais Il faut se rappeler que la conception aristotélicienne d'une Terre immobile, au centre de l'Univers entourée de sphères concentriques en rotation, n'a jamais été sérieusement contestée durant près de 2000 ans ; et qu'il a fallu attendre le milieu du XVI ° siècle, pour que Nicolas Copernic décrive le système solaire tel qu'il est en vérité
Cette illusion perdure encore chez une importante partie de la population mondiale.

QUATRIEME RELATIVITE

19 L'ILLUSION DE L'IMMOBILITE

Pendant les 6 dernières minutes nous nous sommes déplacés de 90.000 km.

En fait, ces vitesses , n'ont de sens que si on se dote d'un référentiel supposé immobile dans l'espace (par exemple en plaçant un observateur sur la galaxie d'Andromède à 2.5 millions d'années-lumière).

Selon la relativité galiléenne, quelqu'un sur la Lune pourrait bien considérer que c'est la Terre qui tourne autour de la Lune (vécu par les astronautes)

CINQUIEME RELATIVITE

20 LE CALANDRIER COSMIQUE

Ou L'insignifiance de notre existence à l'échelle de l'âge de l'Univers

L'idée de Carl Sagan est des plus révélatrice.

Dans son livre « The dragons of Eden » Carl Sagan ramène l'âge de l'Univers (à l'époque, 13.7 milliards d'années) à une année calendaire.

Par une simple règle de trois, on peut caler les différentes étapes de de l'évolution de notre univers

Par exemple naissance du système solaire le 9 septembre

Apparition des plantes le 19 décembre

Extinction des dinosaures le 28 décembre

Mais surtout l'histoire de l'homme qui commence le 31 décembre à 22h30

Apparition d'homo-sapiens au 31 décembre à 23 h 56 mn.

Mieux, on découvre que la naissance du Christ se place à 23 h 59 mn 56 sec

C'est à dire que les 2000 ans de notre ère tiennent dans le 4 dernières secondes de l'année cosmique.

On peut aussi facilement calculer qu'une personne vivant 100 ans, ce qui n'est pas mal, ne représente dans cet exercice qu' $1/5^{\circ}$ de seconde
Comment se prendre au sérieux après une telle constatation ?

(C'est le deuxième élément du paradoxe de Fermi)

SIXIEME RELATIVITE

LA RELATIVITE GALILEENNE

Nous avons vu tout à l'heure au sujet de l'illusion d'immobilité qu'en 6 minutes nous nous étions déplacés de 90 000 km. Qu'en serait-il si nous nous donnions rendez-vous dans un an (au même endroit).

Un calcul simple ($900.000 \times 24 \times 365$) montre qu'en un an nous nous serons déplacés de presque 8 milliards de km.

(Sans compter que pendant le même temps, notre galaxie la Voie Lactée aura fui on ne sait où à une vitesse encore plus vertigineuse).

Le problème c'est qu'en fait ceci ne veut rien dire si on ne parvient pas à se référencer sur un point éloigné de l'Univers supposé fixe, ce qui est déjà, par définition, erroné.

Deuxième exemple : Imaginez-vous dans un avion en train de lire.

Fatigué d'être assis, vous faites 2 m pour aller voir un camarade voyageant avec vous, vous discutez 10 mn et vous refaites 2 m dans l'autre sens pour vous rasseoir. Vous n'avez fait que 2m dans les 2 sens et votre livre lui, posé sur votre tablette n'a pas bougé d'un mm.

Maintenant, imaginez qu'un observateur au sol scrute votre avion des yeux pendant ces 10 mn, il verra lui, l'avion, le livre, votre camarade et vous se déplacer de 150km.

Sauf que vous auriez parfaitement le droit de dire que c'est l'observateur qui se déplace, puisque tout mouvement est relatif.

Qui est en mouvement ? qui est immobile ? Il n'y a pas de réponse à cette question.

C'est ce qui fit dire à Galilée : « *On ne peut parler que de mouvement relatif d'une chose par rapport à une autre, l'idée donc de mouvement absolu est un concept erroné* »

21 Expérience de pensée du vol Pékin-Madrid

Imaginez que vous êtes le patron d'une compagnie aérienne qui a du mal à boucler son budget.

Imaginez que vous assurez un vol direct de Madrid à Pékin (villes qui se trouvent sur le même parallèle).

Imaginez enfin que vous ayez, pour économiser efficacement du kérosène dans le sens Pékin – Madrid, l'idée que vous croyez géniale suivante :

Au lieu de dépenser une énorme quantité de carburant pour pousser un avion à 900 km/heure, vous remplacez votre avion par une montgolfière, placée en position stationnaire à une certaine altitude.

Si le mouvement absolu existe ou dit autrement, si votre montgolfière peut se libérer de sa référence par rapport à la Terre, il vous suffira d'attendre entre 6 et 8 heures et vous atteindrez Madrid en n'ayant consommé que du temps.

Est-ce que ça marche ?

Première réponse évidente : Par définition en vol stationnaire au-dessus de Pékin vous « reculeriez » comme tout le monde à 1675 km/h et Madrid serait toujours à la même distance. Si la Terre « glisse » sous votre montgolfière, c'est en fait que vous avancez en consommant de l'énergie. Mais est-ce la seule réponse ?

Et que se passe-t-il dans l'autre sens ?

Le mouvement absolu n'existe pas

Les exemples dont on vient de parler montrent qu'un mouvement ne peut être que relatif à une référence.

Passager par rapport à l'avion, avion par rapport à la Terre, Terre par rapport au Soleil, etc.... Tout mouvement doit être doté de ce que les mathématiciens appellent un « référentiel » supposé fixe.

Corollaire :

La conséquence est qu'il n'existe aucun moyen de spécifier des positions absolues dans l'espace et donc que la notion d'espace absolu n'a pas de sens.

Autre conséquence :

S'il n'y a pas d'espace absolu, alors il n'y a aucune raison pour que deux observateurs se trouvant dans des lieux distincts de l'Univers se mettent d'accord sur la dimension d'un objet.

Ceci, est un des éléments de départ de la théorie d'Einstein

22 la composition des vitesses de Galilée

Si on reprend l'exemple du voyageur dans l'avion, on pose v comme la vitesse de l'avion, w la vitesse du voyageur par rapport à l'avion et V la vitesse du voyageur par rapport au sol ; on a soit $V = v + w$ soit $V = v - w$ selon le sens du déplacement du voyageur. Ce qui est une manifestation de ce que l'on appelle : « Les transformations ou composition des vitesses de Galilée » de la diapo 22.

SEPTIEME RELATIVITE

LA NON-RELATIVITE DE LA VITESSE DE LA LUMIERE

A ce stade, il aurait été intéressant de parler des travaux de Faraday/Maxwell et des fameuses équations de ce dernier. Par faute de temps nous nous contenterons de nous intéresser à une conséquence de la plus haute importance de ces équations :

La vitesse des ondes électromagnétiques (et donc celle de la lumière « c ») est invariante.

Quelle que soit votre position, votre direction ou votre vitesse, la lumière s'écartera de vous toujours à 300.000km/s. Et peu importe le référentiel.

Cette particularité qui gênait considérablement les savants du XIX^e siècle, (à cause de l'existence supposée de l'éther) sera confirmée par les travaux de deux physiciens (Michelson et Morley) qui cherchaient à démontrer ...le contraire.

En fait « c » est bien plus qu'une vitesse et même bien plus qu'une constante.

Cette « limite de vitesse cosmique universelle » se révélera la clé indispensable des travaux de Poincaré, Minkowski, et Einstein sur l'espace-temps et les théories des relativités restreinte et générale. Valeur exacte de « c » dans le vide 299 792 458 m/s

Il y a donc quelque chose qui ne va pas dans la composition des vitesses de Galilée_car si on applique cette composition des vitesses avec la lumière, dans l'histoire du voyageur dans l'avion, V serait égal à $v + c$ ou $v - c$. Ce qui, on vient de le voir est impossible.

23 Hendrik Antoon Lorentz, physicien néerlandais (1853-1928), apporte la solution avec ses fameuses transformations en modifiant les équations de Galilée de sorte que la vitesse de la lumière soit toujours constante. Ainsi la composition des vitesses modifiée par Lorentz devient :

$$V = \frac{v + w}{1 + \frac{vw}{c^2}}$$

Noter que cette composition des vitesses ne change pas grand-chose dans la vie courante.

Par exemple pour un TGV qui va à la vitesse $v = 360\text{km/h}$, soit 100m/s et un voyageur marchant dans le train à $w = 5\text{ km/h}$, soit à 1.4 m/s .

La composition de vitesse Galiléenne donne $V = v \pm w = 100\text{m/s} \pm 1.4\text{ m/s}$

Du fait que c^2 est de l'ordre de $9 \cdot 10^{16}$, la composition de vitesse Lorentzienne donne $V = (v+w) / 1 + (v.w/c^2) = 100 \pm 1.4\text{ m/s}$ au numérateur et $1 \pm 1.55 \cdot 10^{-15}$ au dénominateur ; c'est à dire un dénominateur extrêmement proche de 1.

La diapo 23 donne pour information, la forme académique des transformations de Lorentz

Nous avons donc vu :

- Que le mouvement absolu n'existait pas
- Que l'espace absolu n'avait pas de sens
- Que deux observateurs situés dans des lieux distincts de l'espace ne pouvaient s'accorder sur la dimension d'un objet.

Et le temps alors ? L'expérience de pensée qui suit va nous éclairer.

HUITIEME RELATIVITE

24 - 25 LA FLEXIBILITE DU TEMPS ET DE L'ESPACE

L' AUTOMOBILE DE POINCARÉ

Où on va voir qu'avec des mathématiques du niveau de 3^e(théorème de Pythagore), on arrive à montrer que les notions de temps et d'espace sont loin d'être absolues.

VOIR LES DIAPOS D24/ D25

Avec deux triangles rectangles 1 côté = d l'autre vt l'hypoténuse ct on prend d= 1m

26 CALCUL DE LA DILATATION DU TEMPS ET DE LA CONTRACTION DES ESPACES

Cette expérience de pensée (connue également sous le nom « d'horloge de lumière ») est une façon simple mais tout à fait valable de calculer γ .

Remarque importante : En examinant la formule de γ on voit que si la vitesse du mobile est égale à la Vitesse de la lumière, $\gamma = 1/0$, c'est à dire l'infini. Cette particularité a une grande importance en matière d'énergie, car nous verrons qu'il faudrait dans ce cas une énergie infinie.

27 TABLEAU DES GAMMAS

On voit sur ce tableau que ce coefficient réduit également les espaces dans les mêmes proportions, ce qui peut paraître surprenant.

En fait la démonstration académique qui utilise la transformation de Lorentz arrive d'abord à la réduction des espaces, puis à la dilatation du temps.

Donc tout objet mobile a un temps et une dimension relatifs.

Ce tableau montre que dans l'immense majorité des cas gamma est = 1.

Ce qui n'est pas le cas, dans un accélérateur de particules, où ce coefficient peut tendre vers l'infini.

Ce phénomène ne semble donc pas très intéressant ; sauf que nous verrons que ne pas tenir compte de cette particularité rendrait nos GPS totalement imprécis.

28 EXPERIENCE DE BROOKHAVEN

A la fin de années 90, les scientifiques de Brookhaven y ont construit une machine qui produit des faisceaux de muons (un cousin de l'électron mais beaucoup plus lourd) tournant autour d'un anneau de 14 m de diamètre (soit presque 44m de longueur) à une vitesse de 99.94% de celle de la lumière.

Si à cette vitesse la durée de vie des muons était la même qu'au repos, soit 2.2 microsecondes, les muons ne pourraient faire que 15 tours, soit 660 m, dans l'accélérateur.

En réalité, ils parviennent à effectuer plus de 400 tours avant de mourir, ce qui signifie que leur durée de vie est alors d'un peu plus de 60 microsecondes, soit 29 fois plus longue qu'au repos.

Par curiosité, appliquons à nos muons notre fameux facteur de dilation du temps en prenant $v/c = 0.9994$; si vous avez une calculette, vous trouverez:...29 !!

Ce n'est pas tout, Si un observateur accompagnait à la même vitesse les muons tournant dans l'accélérateur, il les verrait faire 400 tours durant leur durée de vie de 2.2 microsecondes puisque les muons pour lui, seraient au repos. Or il est impossible de faire 400 tours en 2.2 microsecondes (qui donnerait une vitesse de 19 992 000 000 m/s très largement au-dessus de « c »).

La seule explication est que la longueur d'un tour pour le muon et l'observateur qui l'accompagne, se contracte exactement du même facteur duquel le temps s'est dilaté ; c'est à dire qu'un tour ne fait plus 44m mais $44 / 29 = 1.52\text{m}$

Ainsi, non seulement le temps est malléable mais l'espace aussi ! Comme pour la dilatation du temps, il s'agit d'un effet réel. Les objets réels se contractent quand ils se déplacent.

De la même façon, les muons produits par le rayonnement cosmique dans la haute atmosphère qui naturellement se déplacent à 99.95 % de la vitesse de la lumière ne devraient pas être observables au sol. (Ils devraient se désintégrer au bout de 660m). Or on les observe tous les jours. Preuve qu'ils parviennent bien à franchir les 18 km qui les séparent du sol.

29 LE DETECTEUR CMS DU LHC DE GENEVE

On a coutume de comparer les dimensions des détecteurs des grands accélérateurs de particules comme le LHC à Genève à des cathédrales. Personnellement je trouve que l'expression est particulièrement bien choisie, car en fait, il n'y a pas d'endroits où l'on se trouve aussi près de la Création.

Résumé de la première partie :

Le mouvement d'un objet réel n'a de sens que s'il est référencé à un repère inertiel

La vitesse de la lumière est une « constante universelle » indépendante de tout référentiel

Les objets réels dilatent le temps, se contractent, et leur masse augmente quand ils sont en mouvement d'un coefficient dépendant des vitesses relatives.

DEUXIEME PARTIE

NEUVIEME RELATIVITE

LA RELATIVITE RESTREINTE

30 POINT PREALABLE

Avec ce qui précède on voit bien qu'on ne peut plus considérer indépendamment l'espace et le temps, qui ne sont pas des quantités invariantes et qui ne donnerait qu'une approximation dès qu'on atteint 5% de la vitesse de la lumière.

Il va donc falloir rajouter une dimension supplémentaire à notre espace traditionnel, qu'on appellera l'espace-temps.

C'est là qu'entre en jeu un ancien prof de math d'Einstein : Hermann Minkowski, qui à l'aide des transformations de Lorentz va aboutir à un espace à 4 dimensions appelé espace-temps de Minkowski ou espace hyperbolique.

Il montrera le lien entre la causalité et la vitesse de la lumière par ses fameux « cônes de lumière »

Les transformations de Lorentz vont permettre de généraliser les transformations de Galilée) pour toutes les vitesses et mener à la définition d'une nouvelle « quantité de mouvement » puis Einstein à l'équivalence entre masse et énergie et le fameux $E = MC^2$.

Petite parenthèse : Henri Poincaré publia en 1900, soit 5 ans avant Einstein, un texte où est présent l'essentiel de la théorie de la relativité restreinte.

La relativité restreinte est en fait une œuvre collective de Lorentz, Poincaré et Einstein.

31 LE CONCEPT DE MINKOWSKI

LIRE LA DIAPO

32 CONCEPT DE MINKOWSKI REPRESENTATION SCHEMATIQUE DU QUADRIVECTEUR

On laisse tomber la notation différentielle parce qu'on n'en a pas besoin
On remplace x,y,z par X et ds devient s . Dans ce cas $s^2 = c^2t^2 - X^2$

LIRE LA DIAPO

33 CONE DE LUMIERE

Le cône de lumière généralise le concept de Minkowski en montrant que la vie d'un objet physique est forcément conditionné par la vitesse de la lumière et un lien de causalité. On ne peut inverser le passé et le futur. Vous êtes forcément né après votre mère.

Bien entendu, chaque objet, chaque événement a sa propre ligne d'Univers. La ligne d'univers d'un photon se trouvant sur une asymptote où $ds^2 = 0$.

Invariance et causalité

L'invariance des grandeurs physiques (par translation ou par rotation) ainsi que la notion de symétrie sont des sujets très abstraits qui méritent un exposé de spécialiste. Nous nous contenterons d'une approche succincte.

Nous avons vu qu'il était facile à deux observateurs se trouvant dans des situations différentes, de ne pas être d'accord sur les critères de temps et d'espace d'un événement. Il nous faut donc trouver des concepts qui garantissent l'invariance de nos mesures.

Pour la causalité, le fait que vous ne pouvez être né avant votre Mère, est un exemple simple.

Dans le double cône de lumière, si l'étrangement du cône représente le présent, vous pouvez bien avoir une ligne d'univers qui vient du passé (dans le cône du bas) et continue dans le futur (cône du haut). Dans les deux cas la causalité est respectée car ds^2 est positif

En revanche, un événement qui se trouverait en dehors du double cône ne peut avoir de lien causal avec l'intérieur du cône, car dans ce cas ds^2 serait négatif, ce qui est impossible.

LE NOUVEAU VECTEUR QUANTITE DE MOUVEMENT

Il nous fait maintenant parler du vecteur « quantité de mouvement » qui va nous mener à une nouvelle définition de l'énergie et à $E = mc^2$.

Dans la configuration ordinaire la quantité de mouvement pour un objet quelconque, est simplement le produit de sa masse par sa vitesse.

La particularité importante c'est que cette grandeur est conservée.

L'exemple du canon et du boulet est typique : Le vecteur vitesse du boulet multipliée par sa masse dirigé vers l'avant, s'annule avec le vecteur vitesse de recul du canon multipliée par sa masse dirigé vers l'arrière.

34 La diapo 34 définit le vecteur quantité de mouvement dans un espace à 3 dimensions.

35 Dans l'espace-temps de Minkowski les composantes du vecteur quantité de mouvement Δs seront figurées de la façon suivante :

Les trois dimensions x, y, z sont remplacées par une seule dimension d'espace ΔX + une dimension de temps $c\Delta t$

Pour un objet immobile, le vecteur est orienté uniquement dans la direction du temps et a comme longueur « $c\Delta t$ ».

Pour un objet en mouvement, le vecteur sera représenté par une longueur Δs et une orientation qui indique son déplacement dans les trois dimensions d'espace.

Mais nous savons que la longueur de ce vecteur quantité de mouvement doit être calculée selon la formule de Minkowski : $(\Delta s)^2 = (c\Delta t)^2 - (\Delta x)^2$.

Si le remplacement de x, y, z par ΔX dans l'espace-temps est évident, il n'est pas possible d'utiliser Δt tel quel car ce n'est pas un invariant.

La solution consiste à utiliser à la place un facteur temps constitué du rapport de la distance Δs sur la vitesse « c ».

En divisant Δs par le facteur temps ($\Delta s/c$) on obtient simplement « c ». Résultat : Le vecteur vitesse d'un objet se déplaçant dans l'espace-temps a pour longueur c, et il pointe (dans l'espace-temps) dans la direction du déplacement de l'objet.

Pour compléter la nouvelle formule de la quantité de mouvement, il ne nous reste qu'à multiplier le vecteur vitesse par la masse m ; il s'ensuit que la quantité de mouvement est de longueur constante et égale à mc.

Qu'en est-il des composantes de \vec{mc} ?

Par un petit bidouillage mathématique (dont on peut trouver le détail dans le mémoire de référence p23 et 24), on montre que notre facteur temps $\Delta s/c$ peut s'écrire $\Delta t/\gamma$

Donc pour la composante Δx on a : $\frac{\Delta x \cdot m}{\Delta t/\gamma} = \gamma m \cdot \frac{\Delta x}{\Delta t}$ soit $\gamma m v$

Pour la composante $c\Delta t$ on a : $\frac{mc\Delta t}{\Delta t/\gamma} = \gamma mc$

36 La diapo 36 définit les composantes du vecteur \vec{mc}

On remarque qu'en appliquant la formule de Minkowski $p^2 = (\gamma mc)^2 - (\gamma m v)^2 = \gamma^2 m^2 \cdot (c^2 - v^2)$ et comme on l'a vu $c^2 - v^2 = c^2/\gamma^2$ soit $p^2 = m^2 c^2$ on retrouve **p=mc**

On a donc une formule pour l'espace en 3D : $p = mv$ et une formule pour l'espace-temps $p = mc$

37 De $\frac{1}{2} mv^2$ à mc^2 (De Newton/Leibniz à Einstein)

Mais revenons sur $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$ qui s'écrit aussi $(1 - v^2/c^2)^{-1/2}$.

En posant $x^2 = v^2/c^2$, on peut opérer un développement limité du premier ordre de la forme $1 + 1/2 x^2 + 3/8 x^4 + \dots$ soit $1 + 1/2 v^2/c^2 + \dots$ en première approximation

Intéressons-nous maintenant à la composante γmc de la diapo 36, soit $p^0 = \gamma mc$ soit $mc \cdot (1 - v^2/c^2)^{-1/2}$.

Considérons la grandeur cp^0 qui est égale à $mc^2 (1 + 1/2 v^2/c^2)$:

$$cp^0 = mc^2 + 1/2 mv^2$$

On retrouve la formule de l'énergie cinétique + mc^2

On identifie cp^0 comme l'énergie E d'un objet

Remarquons que pour une masse au repos où $v = 0$, $\gamma = 1$, $E = mc^2$ appelée « énergie de masse ».

Autre remarque : ces équations ne conviennent pas pour les photons ; a) parce que leur masse est nulle, b) parce que $\gamma = 1/0$.

En effet on utilise pour calculer l'énergie d'un photon la formule $E = h.c.\nu$ (ou hc/λ) où h est la constante de Planck en joules. secondes, c la vitesse de la lumière en m/s et ν la fréquence en hertz, de l'onde électromagnétique considérée.

D'autre part on peut démontrer que pour une particule sans masse $E = c p$ en utilisant la formule générale $E^2 = c^2 p^2 + m^2.c^4$ quand $m = 0$

38 Courbes comparatives de γmc^2 et de $1/2mv^2$

CONVERSION DE LA MASSE EN ENERGIE

Du point de vue pratique, (par exemple pour un ensemble de particules en mouvement), ce qui est montré plus haut signifie que la somme des énergies cinétiques et la somme des masses multipliée par « c » au carré, est une constante.

Il en ressort que rien n'interdit que la masse soit convertie en énergie cinétique et réciproquement, pour autant que la somme des deux quantités reste constante.

La masse et l'énergie sont potentiellement interchangeable et pour une masse au repos (γ dans ce cas étant égal à 1) nous pouvons extraire une quantité d'énergie donnée par l'équation : $E = mc^2$.

Ainsi, tout ce qui a une masse, même parfaitement immobile, dispose potentiellement d'une énergie donnée par l'équation d'Einstein.

On a même le droit d'imaginer le scénario extrême, où la totalité d'une masse puisse être convertie en énergie pure.

Donc, tout ce qui a une masse dispose potentiellement au repos d'une énergie gigantesque donnée par l'équation d'Einstein.

Rappelons que la constante C^2 est l'équivalent de 90 millions de milliards (9.10^{16}).

Pour conclure ce chapitre et fixer les idées, donnons un exemple pratique.

Imaginons une ville de 100.000 habitants dont le besoin en énergie électrique est de 100 mégawatts. Quelle conversion masse/énergie faudrait-il pour allumer une ampoule de 100w, soit 100 joules/ seconde ?

Appliquons la formule $E = mc^2$ soit $m = E/c^2$ avec $E = 100$, $c = 300.000.000$ m/s,

Nous obtenons 0,000.000.000.001g de matière soit un millionième de millionième de gramme.

Pour alimenter notre ville de 100.000 habitants (100Mw) il suffirait de convertir en énergie un millionième de gramme par seconde, donc 3kg suffirait pour un siècle !

Cela montre que, comparativement, le rendement de nos centrales nucléaires, est ridicule.

Rassurez-vous, heureusement, le soleil n'est pas bien meilleur. En brûlant ses 600 million de tonnes d'hydrogène par seconde pour les convertir en hélium, il perd quatre million de tonnes par seconde en énergie, et ce sont ces 4 mégatonnes/s qui nous chauffe et nous éclaire

LA MASSE N'EST PLUS LA QUANTITE DE MATIERE D'UN CORPS

Nous avons vu que l'équation d'Einstein montre que la masse, plutôt qu'une quantité de matière, est une mesure de l'énergie latente emmagasinée dans la matière. Nous avons vu aussi, que si nous pouvions la libérer, nous aurions une source phénoménale d'énergie à disposition. Nous savons également, que la conservation de l'énergie exige que l'énergie initiale soit égale à l'énergie finale. Mais qu'en est-il de la masse ?

Ce ne sont pas les quantités de matière qui se conservent mais la somme algébrique des énergies.

La masse d'un atome est plus petite que la somme de ces constituants. La masse manquante correspond à l'énergie de liaison.

Cette différence est de $2 * 10^{-34}$ kg. En terme de masse cette différence est négligeable, (on dirait presque ridicule).

En terme d'énergie la conséquence est colossale. (Souvenez-vous du coefficient de conversion = $9*10^{16}$).

Ce processus d'échange énergie-masse est bien entendu valable pour une molécule, dont la masse est également, (vous pouvez vous en douter), plus faible que la somme des masses des atomes qui la compose. Cette énergie de liaison, dans les deux cas, provient de la force électromagnétique.

Quant aux protons et aux neutrons qui constituent le noyau de l'atome, les principes énoncés ci-dessus, sont les mêmes, mais l'énergie de cohésion est fournie par la force nucléaire forte.

Tout le monde connaît l'énergie fantastique que libère la fission nucléaire.

Autrement dit, contrairement à ce que l'on enseigne encore au lycée, (rien ne se perd, rien ne se crée, tout se transforme) n'est pas exact. Tant pis pour Mr Lavoisier

39 LORSQUE LA CONSEQUENCE N'EST PLUS DU TOUT NEGLIGEABLE

En ce qui concerne les accélérateurs de particules, là Mr Lavoisier a vraiment tout faux.

Quand on fait rencontrer des particules massives comme des protons dans un accélérateur de particules, leur collision provoque l'apparition de milliers de particules nouvelles qui n'existaient pas avant le choc et quand on calcule la somme totale des masses de toutes les particules, et qu'on la compare à la somme des masses des particules incidentes on trouve des milliers de fois plus.